NATANAEL FREITAS CABRAL

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Estrutura e Elaboração

NATANAEL FREITAS CABRAL

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Estrutura & Elaboração

BELÉM – PARÁ
2017

1ª. Edição

Revisão de Texto: O autor

Revisão Bibliográfica: O autor

Texto da 4ª Capa: Miguel Chaquiam

Capa e **Projeto Gráfico**: Miguel Chaquiam

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Belém – Pará – Brasil

Cabral, Natanael Freitas
Sequências didáticas: estrutura e elaboração /
Natanael Freitas Cabral.
Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

104 p.

Bibliografia
ISBN 978-85-98092-34-8

1. Matemática. 2. Matemática – Estudo e Ensino. 3. Matemática – Metodologia. I. Cabral, Natanael Freitas. II. SBEM /SBEM-PA. III. Título.

CDD 510.7

PREFÁCIO

Fiquei muito feliz e me senti honrado quando recebi o convite do professor Natanael Freitas Cabral para escrever o prefácio deste seu novo livro. As qualidades intelectuais e morais do professor e pastor Natanael fazem com que eu considere um privilégio gozar de sua amizade. Amizade que iniciou no segundo semestre de 1980, quando iniciamos o curso de Licenciatura em Matemática no antigo Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (CESEP), madurou nos espaços da Escola Tenente Rêgo Barros (ETRB) e se consolidou na Universidade do Estado do Pará (UEPA), onde compartilhamos a liderança do Grupo de Pesquisa em História da Matemática e Educação Matemática na Amazônia (GHEMAZ) e a docência no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.

Acompanhei a evolução de sua carreira, da graduação ao doutoramento em Ciências Humanas - Educação Brasileira pela PUC-Rio. Ao longo desse tempo coordenou o Laboratório de Educação Matemática Inácio Pantoja (LEMIP) da ETRB e o Laboratório de Educação Matemática (LEMA) da Universidade da Amazônia (UNAMA).

De 2004 a 2008 Natanael foi Vice-Diretor da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional Pará (SBEM-PA) e, de 2009 a 2011, assumiu a Direção da mesma. Juntos, coordenamos o Encontro Paraense de Educação Matemática (EPAEM) de 2005 a 2007 e de 2010 a 2011 e implantamos em 2010 a Coleção *Educação Matemática na Amazônia*, editada pela SBEM-PA, hoje na sua quinta edição.

Desde a graduação ele tem demonstrado preocupação quanto à necessidade de se investigar as contribuições dos modelos metodológicos alternativos que procuram minimizar as dificuldades de aprendizagem de Matemática. Com o mestrado em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA) aprofunda seus conhecimentos relacionados à Psicologia Histórico-Cultural (PHC), do conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), bem com, as noções de Análise Microgenética na investigação da construção de conhecimentos.

Este livro, de certa forma, retrata a experiência acumulada como professor ao longo de 36 anos na Educação Básica e professor das disciplinas Instrumentação para o Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado no ensino superior. Recentemente atividades desenvolvidas com alunos da Matemática da UEPA no GHEMAZ, voltadas para Laboratório de Matemática e Ensino de Matemática.

Entendo que a partir da consolidação teórica no campo da psicologia histórico cultura, dos conhecimentos emergentes a respeito de sequências didáticas e suas possibilidades de aplicação ao ensino, em particular de Matemática, aliada a sua experiência profissional, ele está propondo esse construto teórico denominado *Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual* (UARC), apoiado numa série de categorias de Intervenções Estruturantes.

Natanael nos brinda neste livro com o modelo teórico intitulado *Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual* (UARC) e as Intervenções Estruturantes, que representam um saber específico de produção de textos argumentativos articulados em termos conceituais disciplinares, com exemplos voltados ao ensino de Matemática, embora o título possa transluzir que não se trata de um trabalho incomum, mas essa dúvida pode ser facilmente abolida com uma rápida observação nos conteúdos.

Este livro não está limitado ao enunciado de princípios gerais sobre sequências didáticas, mas sim, em apresentar um modelo que pode servir de referência para a produção de sequências didáticas voltadas ao ensino de Matemática, principalmente, na Educação Básica. Entendo que é um livro de caráter prático, visto que se preocupa em apresentar meios para superar os obstáculos relacionados ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

As experiências com esse modelo estruturante têm apresentado regularidades, fato que muito contribuiu para sua generalização, ainda que tecido numa ambiência empírica a partir da adoção de procedimentos e reflexão sobre os resultados obtidos, principalmente com alunos da pós-graduação. Nesse sentido, Natanael nos coloca sua proposta à prova e aguarda contribuições visando melhoria do modelo em tela.

Tenho certeza que, além das reflexões teóricas apresentadas por este pesquisador e dos relatos associados a sua experiência em sala de aula, a utilização desse modelo ora proposto na construção de sequências didáticas pode contribuir significativamente para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem, em particular, da Matemática.

Miguel Chaquiam[1]

---

[1] Docente da Universidade do Estado do Pará (UEPA) – Departamento de Matemática, Estatística e Informática (DMEI) – Licenciado em Matemática e Doutor em Educação.

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Estrutura & Elaboração

NATANEL FREITAS CABRAL

Natanael Freitas Cabral

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.. **09**

2. A COMPLEXIDADE DOS SABERES PRÁTICOS..................... **13**
2.1. REFOCALIZANDO A NOÇÃO DE SABER.................................. 17
2.2. UM "SABER-FAZER" DOTADO DE "CONSCIÊNCIA PROFISSIONAL"... 24

3. SEQUENCIA DIDÁTICAS.. **31**

4. A UNIDADE ARTICULADA DE RECONSTRUÇÃO CONCEITUAL – UARC.. **39**
4.1. INTERVENÇÕES ESTRUTURANTES E SEUS SIGNIFICADOS....... 40

5. AS SEQÜÊNCIAS DIDÁTICAS E AS INTERVENÇÕES ESTRUTURANTES.. **45**
5.1. INTERVENÇÕES ESTRUTURANTES E AS ZONAS DE TENSÃO DISCURSIVA... 46
5.2. SEQUÊNCIAS ESTRUTURADAS – PARTE A............................. 51
5.2.1. Titulo: A Torre de Hanói e a função exponencial......... 51
5.2.2. A Torre de Hanói e a equação exponencial.................. 56

6. MAS AFINAL, O QUE É UMA UARC?........................ **59**

7. INTERVENÇÃO INICIAL NA MODALIDADE "CONEXÃO PONTUAL" (I_I - CP).. **61**
7.1. SEQUENCIAS ESTRUTURADAS - PARTE B.............................. 62
7.1.1. Título: O Completamento de Quadrados............................. 62
7.1.2. Título: Produtos de Frações... 68

8. EXPERIÊNCIAS QUE PROMOVEM EXPERIÊNCIAS: A GRADUAÇÃO E O MESTRADO PROFISSIONAL...................... **79**
8.1. SEQUENCIAS ESTRUTURADAS - PARTE C.............................. 80
8.1.1. Noções preliminares de função... 80
8.1.2. A ideia de razão 86

9. ALARGANDO OS HORIZONTES EM BUSCA DE "ENCONTROS E DIÁLOGOS".. **91**

10. CONSIDERAÇÕES FINAIS.. **95**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.. **99**

Natanael Freitas Cabral

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS
Estrutura e Elaboração

1. INTRODUÇÃO

O ato-processo de ensinar e aprender é complexo em sua natureza mais superficial. Essa natureza complexa está consolidada no mar de subjetividade das interações sociais, das capacidades dos discursos comunicacionias existentes entre os humanos que ainda desafia pesquisadores em todo o mundo. No que diz respeito especificamente ao ensino e aprendizagem de Matemática a discussão, sem dúvida, ainda se torna mais desafiadora. Para Sfard (2004), por exemplo, o ato-processo de ensinar e aprender Matemática se constitui numa verdadeira "armadilha".

Se, *por um lado*, o professor em suas ações pedagógicas valorizar sobremodo os conceitos matemáticos enquanto ciência formal, certamente vai ferir os interesses do aprendiz que, em geral, resiste ao ambiente mais abstrato, rigoroso. *Por outro lado*, se o professor valorizar, sobremodo, os interesses dos aprendizes escolares certamente vai ferir, de igual modo, os interesses da Matemática enquanto ciência formal.

Assim, a natureza complexa do ato-processo de ensinar e aprender Matemática nos coloca a todos nós, professores dessa fascinante disciplina, diante de um grande desafio: equilibrar algo - *fenômeno* – que, em sua natureza, mais essencial, está sempre desequilibrado. *Por um lado*, estão os interesses da criança – *suas capacidades de penetrar nas abstrações dos objetos matemáticos* – e, *por outro lado*, estão os interesses da Matemática em sua natureza axiomática, abstrata ... rigorosa. Além das dificuldades de natureza social da comunicação humana e das questões epistemológicas de natureza disciplinar – *conteúdos* – temos que, inevitavelmente, reconhecer a necessidade de se investigar as contribuições dos *modelos metodológicos alternativos* que procuram minimizar as dificuldades de aprendizagem de Matemática largamente difundida pelas pesquisas na área.

As preocupações desses *modelos metodológicos* estão dirigidas às formas de ensinar que buscam explicitar a inteligibilidade do objeto ensinado na percepção do aluno. *O professor precisa se fazer entender*. Seu discurso associado aos instrumentos de apoio utilizados em sala de aula precisa ser traduzido pelos alunos como algo revestido de *inteligibilidade relacional* como talvez as peças de um quebra-cabeça que devidamente articuladas revela um "todo" com sentido e significado.

Por isso os investimentos nas pesquisas no sentido de diversificar propostas metodológicas alternativas para o ensino de Matemática tomam cada vez mais espaço na literatura da área. De um modo geral o que tem sido apontado por essas pesquisas é a necessidade de que o aluno saia da postura passiva fortalecida pelo modelo tradicional de ensino – *ênfase na tríade definição, exemplo e exercício* – e adote uma postura mais ativa, participativa, em colaboração com seus pares aprendizes e com o professor que assume uma conduta de provocador e organizador de ideias. Assim estão os resultados apontados pelas pesquisas no que se tem chamado de tendências do ensino de matemática.

Uma das facetas das produções científicas é o "empréstimo de modelos" a exemplo do quem tem acontecido nas pesquisas desenvolvidas com ênfase nas chamadas "Sequências Didáticas" – **SD** – que foram introduzidas no campo da aprendizagem de língua materna e linguagem escrita.

Um "empréstimo" desses modelos requer adaptações, (re)formulações com fins da adequação às demandas específicas da disciplina para onde vai migrar. Essas adaptações acabam gerando um fenômeno polissêmico em torno desses modelos que, por sua vez, criam novos contornos estruturais e significados.

A concepção de se propor as ações de ensino a partir de textos planejados articuladamente em torno de objetos de aprendizagem se adéqua às expectativas criadas em torno das novas posturas também esperadas em relação aos alunos. As articulações estruturais dessas **SD** pretendem favorecer a criação de um ambiente no qual "(...) *os alunos partilhem ideias, raciocínios, processos, estabeleçam conexões, comparações e analogias, construam conjecturas e negociem significados e desenvolvam capacidades de comunicar e argumentar*". (KFOURI; D'AMBRÓSIO, 2006, p.2).

Estou disponibilizando aos meus pares profissionais um texto cuja *intenção primeira é trazer uma reflexão considerando um olhar dirigido à complexidade dos saberes profissionais docente que se constituem na relação entre a formação inicial, a prática cotidiana e a formação continuada, sobretudo, no sentido de contribuir com o desenvolvimento e aperfeiçoamento de certas adaptações necessárias ao que se tem chamado* *recorrentemente de Sequências Didáticas para o ensino de conteúdos disciplinares – aqui dirigidas ao ensino de Matemática*. Em ultima analise, no sentido de que as dificuldades especificidades inerentes a esse contexto possam ser, em alguma dimensão, minimizadas.

Com efeito, proponho no livro um modelo estruturante para a elaboração de Sequências Didáticas no ensino de Matemática. O construto que proponho se alimentou teoricamente em Rêgo (1995) com os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural em Vygotsky do conceito de *zona de desenvolvimento proximal* (**ZDP**), bem como com as contribuições de Goés (2000) com as noções de *Análise Microgenética* na investigação da construção de conhecimentos nas interações verbais foram determinantes em minha experiência profissional para a concepção desse modelo estruturante.

Com o olhar voltado para o processo de reconstrução de conceitos durante as aulas de Matemática concebi um construto teórico denominado *Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual* (*UARC*) consolidado a partir de uma série de categorias de Intervenções Estruturantes criadas, especificamente, para esse fim.

A ideia é propor um modelo que possa servir de referência para a produção de *sequências didáticas* com o objetivo de ensinar conteúdos curriculares da disciplina Matemática nos níveis Médio e Fundamental. Hoje acredito, após tantos anos de labor dentro de uma sala de aula, sobretudo ao lidar com a aprendizagem de alunos do ensino médio e fundamental, que o modelo de ensino que possibilita a reconstrução das ideias matemáticas por trás dos algoritmos "desalmados" na maioria das vezes, tem um efeito mais significativo e duradouro nas funções psicológicas superiores dos alunos.

Nessa perspectiva é preciso que o professor seja incansável na promoção de um discurso dialógico que possibilite aos alunos a *reconstrução de conceitos, a identificação de propriedades, a percepção de regularidades e o estabelecimento de generalizações, ainda que numa dimensão intuitiva*. Cabe ao professor em minha concepção a árdua tarefa de propor aos alunos um ensino bem articulado que valorize, sobretudo, *a reconstrução de conceitos num ambiente de reflexão*.

O objetivo não é estabelecer uma demonstração no sentido mais rigoroso da palavra, mas estabelecer um conjunto de argumentos dotados de certas articulações entre si que não "firam" a Matemática como disciplina formal, mas, que ao mesmo tempo, possibilitem ao aluno a reconstrução mais significativa que esteja um pouco além do simples estabelecimento inicial do algoritmo sem qualquer explicação prévia que justifique os procedimentos algorítmicos adotados mediante um processo de discursivo.

A ideia de conceber a **UARC** – *Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual* – surgiu a partir das atividades desenvolvidas pelo Laboratório de Educação Matemática da Universidade da Amazônia (LEMA-UNAMA) em ação integrada com a disciplina de *Estágio Supervisionado III* no curso de Licenciatura em Matemática. A ideia desenvolvida ali envolvia os futuros professores numa modalidade de produção textual que procurava, a partir de uma situação problemática, reconstruir um ou mais conceitos matemáticos em nível do ensino Fundamental e Médio.

Esse gênero textual na verdade trata-se de uma **SD**. Estou usando esse termo polissêmico no livro como sendo um *conjunto articulado de dispositivos comunicacionias de natureza escrita ou oral que sistematiza as intervenções de ensino com a intencionalidade objetiva de estimular a aprendizagem de algum conteúdo disciplinar de Matemática a partir da percepção de regularidades e do estabelecimento de generalizações adotando-se uma dinâmica de interações empírico-intuitivas*.

É justamente essa capacidade do labor docente que lhe exige imperiosamente um saber específico de produção de textos argumentativos articulados em termos conceituais disciplinares, no nosso caso em Matemática e, além disso, também adequados em termos metodológicos às capacidades de aprendizagens dos alunos que se constitui em uma das muitas facetas da natureza complexa saberes necessários ao exercício docente eficaz.

Essa complexidade dos saberes docentes necessários ao exercício profícuo da profissão é evidente e as dificuldades de aquisição também. A árdua tarefa de associar conteúdos curriculares às metodologias mais adequadas ao ensino não é definitivamente uma tarefa fácil. A formação inicial certamente não é capaz de dar conta de tão grande desafio, mas acredito que tenha um papel muito importante nesse processo de apropriação de saberes que se constitui, na verdade, ao longo de toda uma vida profissional.

2. A COMPLEXIDADE DOS SABERES PRÁTICOS

Essa noção é extremamente pertinente quando se trata de desenvolvimento da *formação profissional de professores*, no entanto, é como tantos outros conceitos no campo da educação, vitimado de polissemia. Isso não constitui um problema incontornável, mas inspira cuidados e, sobretudo demanda fazer *escolhas* e estabelecer *restrições*.

Tardif (2007) apresenta dois grupos de problemas interligados que afetam as pesquisas sobre essa temática do *"saber dos professores"* hoje por todo o mundo, dentre os quais estão: *o problema da polissemia* e *o problema da centralidade*.

A polissemia se revela nas *diversas concepções sobre o "ensino" e sobre "o saber".* (Schulman, 1996 apud Oliveira, 2007), por exemplo, apresenta cinco categorias distintas relacionadas aos saberes dos professores.

Oliveira (2007) assegura que Shulman, não despreza as ênfases em geral dadas às pesquisas em formação (como os professores manejam a sala de aula; como distribuem o tempo; em que se baseiam para planejar suas aulas e avaliarem os conhecimentos dos alunos), mas prefere focar – *sem desconsiderá-las* – pesquisas que focam *os conteúdos das aulas*, *as suas decisões acerca do que ensinar* e *como enfrentam as dificuldades dos alunos*.

Uma importante contribuição de Shulman nesse contexto é o fato de destacar a importância de se fazer pesquisa acerca do *conhecimento dos professores* sobre *o conteúdo para o ensino e os caminhos para desenvolvê-lo*. É nesse sentido que pesquisas mais recentes enfatizam a *formação conceitual dos professores* e *caminhos possíveis para desenvolvê-la em curso de formação inicial e continuada*.

Dentre as cinco categorias de Shulman eu destaco duas. Por um lado, está ***o conhecimento do conteúdo,*** relacionado à organização de conceitos, aos princípios e categorias explicativas na disciplina, à natureza da investigação no campo e, ainda, á compreensão de como conhecimento novo é introduzido na comunidade científica na área.

Por outro lado, destaco ***o conhecimento curricular*** que por sua vez se estabelece na compreensão acerca dos programas, no domínio dos materiais que dispõe para ensinar, na visão da história da evolução curricular do conteúdo a ser ensinado, bem como na capacidade de realizar articulações horizontais e verticais do conteúdo a ser ensinado.

Além disso, destaco ***o conhecimento pedagógico disciplinar ou conhecimento didático do conteúdo***. Esse conhecimento envolve uma combinação e não uma soma como muitos pensam. Envolve a capacidade de tornar o conteúdo inteligível pelo aluno, de perceber a disciplina (conteúdo) sob diferentes perspectivas, de estabelecer relações entre tópicos e entre sua disciplina e outras áreas de conhecimento. É um conhecimento pedagógico dos conteúdos a serem ensinados, Segundo (Gonçalves, 2001, apud Oliveira 2007) "*é o conhecimento que permite ao professor agir como mediador da construção de conhecimento do aluno*" (p.27).

Assim, a noção de saber dos professores é utilizada de modo central *por vários pesquisadores em perspectivas diferentes. Sobre o "saber dos professores*", assegura Tardif (2007): "*o mínimo que se pode dizer é que esta noção de saber não é clara, ainda que quase todo o mundo a utilize sem acanhamento, inclusive nós*" (p.184).

Nesse sentido Tardif (2007) ratifica a pertinência de algumas questões que, muito embora não tenham respostas, merecem ser feitas:

> O que entendemos exatamente por "saber"? Os profissionais do ensino desenvolvem e/ou produzem realmente "saberes" oriundos de sua prática? Se a resposta é positiva, por que, quando, como, de que forma? Trata-se realmente de saberes? Não seriam antes crenças, certezas sem fundamentos, habitus, no sentido de Bourdieu, ou esquemas de ação e de pensamentos interiorizados durante a socialização profissional e até no transcorrer da história escolar e familiar dos professores (Raymond, 1993)? Se se trata realmente de "saberes", como chegar até eles? Bastaria interrogar os professores? Nesse caso, o que se deve considerar como "saber": suas representações mentais, suas opiniões, suas percepções, suas razões de agir ou outros elementos do seu discurso? Seria preferível observá-los? Isso seria suficiente? O que se deve observar exatamente?Dever-se-ia fazer distinção entre saberes explícitos e implícitos, entre saberes durante, antes e depois da ação? Deve se supor que eles sabem mais do que dizem, que o seu "saber agir" ultrapassa o seu "saber- pensar", em suma, que seus saberes excedem sua consciência ou sua razão? (p.184).

Diante de todos esses questionamentos (Raymond, 1993 apud Tardif, 2007), considera necessário o reconhecimento de que pouco sabemos a respeito do processo de construção dos saberes docentes a partir da cosmovisão dos próprios professores.

Em outros termos, não dispomos de ferramentas conceituais e/ou metodológicas que possam elucidar as interações das diversas fontes na mente e nas ações dos educadores.

Nessa perspectiva Tardif (2007) considera necessário restringir o uso e o sentido da noção de "saber docente" levando em consideração a dimensão "argumentativa" e "social" desse saber que, em seu entendimento, se constitui em uma "*razão prática*" na medida em que está muito mais ligada a uma dimensão argumentativa e do julgamento do que à dimensão da cognição e da informação.

Quais seriam então os traços ideais tal como apontam as pesquisas atuais sobre o fazer profissional dos professores? Nesse ponto Tardif se reporta a um trecho extraído do Simpósio Internacional da Rede de Educação e Formação na Bélgica em setembro de 1996 do qual participou.

> (...) citemos um texto de Perrenoud que condensa (...) os traços ideais do ator, tal como é visto pela pesquisa atual: "Um profissional deveria ser capaz de analisar situações complexas referentes a várias formas de interpretações; de escolher, de maneira rápida e refletida, estratégias adaptadas aos objetivos e às exigências éticas; de extrair, de um vasto repertório se saberes, técnicas e ferramentas, aqueles que são mais adequados e estruturá-los em forma de dispositivo; de adaptar rapidamente seus projetos por ocasião de interações formativas; enfim, de analisar de maneira crítica suas ações e os resultados delas e, por meio dessa avaliação, de aprender ao longo de toda sua carreira (p.190).

É claro que esse conjunto de capacidades enunciado por Perrenoud não traduz na sua integridade todo o funcionamento do trabalho dos professores em suas interações com seus alunos. É justamente essa "distancia" entre o "ator real" e o "ator ideal" que Tardif (2007) questiona ao dizer:

> Trata-se de uma distancia (...) ***cognitiva*** que se pode eliminar através de um suplemento de pesquisas de formação, de um suplemento de "competências profissionais", de conhecimentos

> e de perícia, ou trata-se de uma distancia ***ontológica*** e, por conseguinte, refratária a toda tentativa de redução do ator ao modelo do ator? ***Nesse caso, que distorção, que reviravolta ou mesmo que culpa seria preciso provocar no professor para poder continuar a pensá-lo assim conforme o modelo ideal de ator***? – grifos meus (p.190).

A ironia de Tardif revela explicitamente sua concepção da impossibilidade de se compreender de modo mais efetivo o trabalho do professor quando reduzimos a análise à dimensão cognitiva. O preço dessa redução é a introdução de um elemento estranho – uma distorção, uma reviravolta ou uma culpa.

Nesta ótica há dois grandes excessos ameaçadores em relação às pesquisas sobre o saber dos professores, quais sejam: "*o professor é um cientista*" e "*tudo é saber*".

O *primeiro* excesso – *o professor é um cientista* – pressupõe a idéia de que o elemento essencialmente definidor da racionalidade é exclusivamente a capacidade cognitiva. A racionalidade aqui é um repertório de competências, de desempenhos pensados quase que exclusivamente em termos de saberes, de conhecimento.

A preocupação com essa compreensão é a visão científica e tecnológica atribuída ao ensino na qual o professor (ator ideal) é concebido como sujeito epistêmico – *um sujeito científico* – definido, sobretudo pela sua capacidade de posição de mediador do saber.

A sensibilidade materializada tanto nas motivações e interesses quanto nos valores e atitudes figuram nesse sujeito epistêmico, assevera Tardif, como verdadeiros enxertos. E acrescenta:

> As pesquisas atuais estão poderosamente centradas num modelo do ator visto como sujeito epistêmico cujo pensamento e cujo fazer são regidos pelo saber, concebido, com frequência, em função de uma teoria informacional do conhecimento e de uma prática instrumentalizada pensada de acordo com uma sintaxe técnica e estratégica da ação (p.191).

O *segundo* excesso está ligado às chamadas abordagens etnográficas quando estas são levadas ao extremo. Esse autor critica tanto o acentuado tom cognitivista promotor de um perfil "*quase computacional*" do ator quanto o exagero etnográfico que, na sua concepção, acaba transformando tudo em saber.

O problema aqui é que toda produção simbólica, todo discursivo, toda prática orientada e, por assim dizer, toda forma humana de vida procedem do saber. Aqui estariam localizados as emoções, os hábitos, a intuição, as opiniões, a personalidade, as ideologias, o senso comum, todas as regras e normas ou qualquer representação cotidiana. *Tudo é saber*!.

A noção de saber perde seu valor de discriminação e sentido. Não há problema algum na crença em saberes informais oriundos da experiência do cotidiano. A questão, no entanto é atribuir uma designação imprecisa para esses saberes.

A proposição de noções relativamente claras e definidas que possibilitem o estabelecimento de consensos e o confronto dos fatos é para esse autor, uma exigência comum tanto para as ciências naturais quanto para as ciências humanas, tanto para as pesquisas quantitativas quanto para as qualitativas. E adverte:

> (...) constata-se que as pesquisas sobre os temas aqui abordados resultam hoje numa verdadeira profusão de concepções do saber e do ator, de suas competências e de sua perícia. A nosso ver é impossível maiores progressos nessas pesquisas sem pelo menos tentar produzir uma noção que seja bastante precisa e bastante operatória ao mesmo tempo, para suportar as investigações empíricas (p.192).

Esse autor pretende assim propor uma (re)focalização conceitual global da concepção de saber. Muito embora esteja consciente de "*ninguém é capaz de produzir uma definição do saber que satisfaça todo mundo, pois ninguém sabe cientificamente, nem com toda certeza, o que é um saber*" (p.193). A restrição que qualquer (re)focalização conceitual será assim imperiosa e, por conseguinte seu caráter revisável.

2.1. REFOCALIZANDO A NOÇÃO DE SABER

A *subjetividade*, o *julgamento* e a *argumentação* são os três elementos levados em consideração na tradição da cultura da modernidade quando se pretende definir a noção de saber.

A *primeira concepção de saber envolve a relação sujeito-representação*. Aqui o saber é todo tipo particular de certeza subjetiva produzida pelo pensamento racional – modelo cartesiano[2]. Esta certeza subjetiva pode, segundo os seus defensores, duas formas distintas: a intuição intelectual identificadora e captadora e uma representação intelectual resultante.

Por um lado, a intuição intelectual identifica e capta uma verdade. Um exemplo nessa perspectiva seria segundo Tardif, a condição de certas verdades matemáticas ou lógicas – o todo é maior que a parte.

Por outro lado, a representação intelectual é resultante de um processo de raciocínio e visa "o representado". Neste sentido a subjetividade é o lócus privilegiado do saber. "Saber alguma coisa é possuir uma certeza subjetiva racional" (p.194).

Essa concepção de saber – ligada à subjetividade – é para o autor a pedra angular da maioria das pesquisas no campo da cognição[3]. Essas pesquisas se interessam pelos estudos dos processos cognitivos dentre os quais estão à memória, a aprendizagem, a compreensão, a linguagem e a percepção.

Tais processos estão associados a fenômenos representacionais, isto é, a símbolos ligados por uma sintaxe e possuidores de uma função referencial ou intencional intrínseca. "(...) Nessa concepção do saber, o ideal da racionalidade é o pensamento lógico-matemático, e o saber ideal é a matemática" (p.194-195).

A *segunda concepção de saber envolve a relação juízo-discurso assertórico*. Aqui o saber é entendido como o juízo verdadeiro. Nessa perspectiva o saber é mais resultado da atividade intelectual – ato de julgar – do que uma intuição/representação subjetiva.

O juízo, lócus privilegiado do saber, refere-se deste modo à dimensão proposicional (assertórica) do saber. Por isso é que, segundo Tardif, os discursos que afirmam algo verdadeiro a respeito da natureza da realidade são tradicionalmente chamados de saberes.

---

[2] Estas certezas estariam em oposição a outros tipos de certezas subjetivas como, por exemplo, a fé, nas crenças, na convicção, no preconceito.

[3] Segundo o autor essa corrente está ligada na América do Norte ao neocartesianismo de Chomsky e, na Europa, ao neokantismo de Piaget. Nas duas perspectivas o saber é abordado em termos de *representações mentais* que se referem quer seja à gênese em Piaget, quer seja à estrutura inata em Chomsky.

Aqui o saber reside, portanto muito mais no discurso – a asserção[4] – do que no espírito subjetivo e somente os discursos sobre fatos podem ser qualificados como saber no sentido estrito. Nessa perspectiva o saber "se limita ao juízo de realidade e exclui os juízos de valor, a vivência pessoal, engajamentos políticos, etc." (p.195).

Essa é, segundo Tardif, a concepção de Karl Popper ao assegurar que "o conhecimento objetivo consiste em emitir juízos hipotéticos e em tentar mostrar que são falsos" (POPPER, 1972 apud TARDIF 2007).

A *terceira concepção diz respeito à relação argumento-discussão*. Aqui o saber é reconhecido como sendo toda atividade discursiva que procura validar uma proposição ou uma ação a partir de argumentações e operações discursivas quer sejam lógicas, retóricas, dialéticas, empíricas, entre outras.

Nesta ótica, saber alguma coisa transcende a simples enunciação de um juízo. É necessário determinar por que razões esse juízo é verdadeiro. O lócus privilegiado do saber nesse domínio é o argumento – capacidade de arrazoar.

No entanto, o saber não está reduzido à perspectiva de uma representação subjetiva e nem a proposições retóricas de fundamentos empíricos. Ele – o saber – implica antes de tudo "o outro".

Há na verdade uma dimensão social de base na medida em que o saber é, nessa ótica, um construto linguístico e evidentemente coletivo que se origina nas discussões, nos intercâmbios discursivos entre os atores sociais[5].

Em outros termos nessa perspectiva de saber, Tardif assevera:

> (...) o saber não se restringe ao conhecimento empírico tal como é elaborado pelas ciências naturais. Ele engloba potencialmente diferentes tipos de discursos (principalmente normativos: valores, prescrições, etc.) cuja validade o locutor, no âmbito de uma discussão, procura estabelecer razões

[4] Essa concepção assertórica é antiga. Deve-se a Kant a sua introdução na cultura intelectual da modernidade. Para Kant uma percepção ou uma representação não é verdadeira nem falsa, mas somente o juízo que emitimos sobre o objeto percebido ou representado pode assumir o valor de falso ou verdadeiro.

[5] Tardif indica os trabalhos no campo das ciências cognitivas realizados pela Escola de Genebra (Dasen, Mugny, etc.) bem como os trabalhos da psicossociologia de Moscovici que representam tentativas de superação do subjetivismo piagetiano e procurando inserir o processo de construção do saber no contexto das interações sociais.

> discutíveis e criticáveis. Os critérios de validade não se limitam mais à adequação das asserções a fatos, mas passam antes pela ideia de acordos comunicacionais dentro de uma comunidade de discussão (p.197).

Mediante a discussão e a defesa de argumentos e contra-argumentos os atores sociais podem chegar a um entendimento mínimo – consenso racional – sobre, por exemplo, se um comportamento é ou não adequado ao que se deveria seguir. O que prevalece no que diz respeito ao valor não é o "fato" em si mesmo, mas a "norma" que é adotada e partilhada por uma comunidade.

Assim a noção de saber na concepção aqui adotada pressupõe a exigência de uma tonalidade de "racionalidade". É nesse sentido que a partir dessas três concepções Tardif (2007) procura em sua pesquisa:

> (...) identificar e precisar certos traços semânticos fundamentais ligados à noção de saber tal como a empregamos corretamente enquanto herdeiros de uma tradição que se manifesta através de linguagens e de usos, na esperança de poder usar um desses traços para definir, de maneira mínima, o próprio objeto de nossas pesquisas: saber dos professores (p.198).

Para esse autor um traço comum entre as três concepções é a associação estabelecida entre a natureza do saber e as exigências de racionalidade. Na primeira concepção está à exigência do pensamento do sujeito racional, na segunda está o ato de julgar e, finalmente, na terceira concepção está à capacidade de argumentação.

O ganho de pensar no saber dos professores sob a ótica dessas exigências é que o campo de *estudos fica restrito aos discursos e ações* cujos atores sociais são capazes de *apresentar argumentos para justificá-los*. Em outros termos: "(...) *não basta fazer bem alguma coisa para falar de "saber-fazer": é preciso que o ator saiba por que faz as coisas de uma certa maneira.(...)não basta dizer bem alguma coisa para saber do que se fala*" (p.198).

Nesta perspectiva para Tardif (2007) o saber é:

> (...) unicamente os pensamentos, as ideias, os juízos, os discursos, os argumentos que obedeçam a certas exigências de racionalidade. Eu ajo racionalmente quando sou capaz de

> justificar, por meio de razões, de declarações, de procedimentos, etc., o meu discurso ou a minha ação diante de outro ator que me questiona sobre a pertinência, o valor deles, etc. Essa "capacidade" ou essa "competência" é verificada na argumentação, isto é, num discurso em que proponho razões para justificar meus atos. Essas razões são discutíveis, criticáveis e revisáveis (p.199). (grifo meu).

Um reforço importante colocado em relevo pelo autor é que a idéia das *exigências de racionalidade* não assume, por assim dizer, uma dimensão normativa e, portanto não determina conteúdos racionais. No entanto, exerce um importante papel de colocar em evidencia uma capacidade formal – *a argumentação*.

A dinâmica das pesquisas de Tardif não é a de impor um modelo preconcebido do que é ou do que não é racional, mas de *partindo daquilo que os atores sociais consideram como sendo racional*, procura *explicitar as exigências de racionalidade utilizadas por esses atores*, o que é concebido como saber.

Mas afinal quais seriam as consequências de se pensar o saber dos professores a partir da perspectiva das *exigências de racionalidade*?

> Uma das consequências desse enfoque consiste, sobretudo, em subtrair os saberes dos atores ao modelo demasiado rígido da ciência empírica e da pesquisa universitária, dando-lhes, ao mesmo tempo, uma dimensão racional. O que é racional (ou não) não pode ser decidido a priori, mas em função da discussão e das razões apresentadas pelos atores. Nesse sentido, pode-se dizer que as exigências de racionalidade que guiam as ações e os discursos das pessoas não resultam de uma razão que vai além da linguagem e da práxis: elas dependem das razões dos atores e dos locutores, e do contexto, no qual eles falam e agem. Tardif (2007, p.200).

E qual a melhor forma – *método* – para se ter acesso as *exigências de racionalidade* presente nas ações dos professores enquanto atores sociais? Questioná-los sobre o porquê, sobre as causas, as razões, os motivos de seu discurso que efetivam sua prática? A noção do "por que" engloba, por conseguinte, "o conjunto dos argumentos que um ator pode apresentar para prestar conta do seu comportamento" (p.200).

Um dos resultados decorrentes dentro dessa perspectiva é que os atores sociais nunca agem como máquinas – *um tipo de automatismo* – mas, suas ações estão sempre revestidas de objetivos, de projetos, de finalidades, de meios, de deliberações, etc.

Dentro dessa ótica a melhor estratégia que se adéqua a essa visão de saber, consiste em *observar os atores e/ou falar com eles, apresentando-lhes um conjunto de questões que objetivam revelar suas razões de agir – sobre os saberes nos quais eles se baseiam para agir ou discorrer*.

A investigação sobre a questão da *exigência de racionalidade* na concepção do saber dos professores acabou por identificar que quando *somos submetidos, por exemplo, a uma bateria de perguntas que visam compreender nossas razões de agir somos levados com naturalidade a adotar uma atitude investigativa*.

Tal atitude pressupõe uma participação ativa que envolve atividades intelectuais e linguísticas. No entanto, seria completamente absurda a tarefa imposta a alguém de ter que justificar cada uma de nossas ações, discursos, ideias, etc.

É justamente essa impossibilidade de uma justificativa permanente que leva Tardif a sustentar a ideia de que a concepção de racionalidade "*se refere a um saber em relação ao qual nos entendemos e que serve de base aos nossos argumentos*" (p.201).

Esses saberes e essas regras são pressupostos, não constituem em si mesmos o objeto foco da discussão. Na verdade constituem uma espécie de espaço amostral que viabiliza e a manutenção da discussão. Em toda discussão sempre partimos de alguns pressupostos.

Dessa forma "*quando discutimos e agimos com os outros, admitimos a existência de saberes comuns e implícitos que pressupomos sem maiores discussões e que nos evitam ter que recorrer sempre do nada*" (p.201).

Muito embora possam ser questionados como o pode toda forma de saber, são esses saberes *comuns e implícitos* que constituem o "epistéme cotidiano" (p.201). É assim que tanto nas ciências como em outras áreas, não é possível conceber uma nova constatação se não estiver devidamente apoiado em pressupostos – fundamentado num saber qualquer anterior.

Tardif traduz sua convicção nesse aspecto quando ironiza ao dizer: "(...) *é impossível duvidar de tudo (como fez Descartes) ou não saber nada* *(como Sócrates). Um saber é contestado e contestável a partir de outro saber*" (p.201).

É neste sentido que o autor identifica que as ações cotidianas também estão devidamente sustentadas por certos saberes que proporcionam um *suporte inteligível* que dá sentidos aos empreendimentos dos atores sociais. Ao serem questionados sobre suas ações esses atores são levados a *explicitar suas ações por meio de suas razões de agir*, ou seja, *explicitar os saberes sobre os quais estão fundadas suas ações cotidianas*.

O que na verdade Tardif (2007) está propondo com a concepção de *exigências da racionalidade* não está ligada com um tipo de ator que guarda em seu discurso o resultado de um conhecimento exaustivo de toda a situação envolvida. Uma espécie de ator dotado de hiper-racionalidade. Mas, ao contrário disso, acrescenta:

> (...) ao contrário, essas exigências parecem ser tributárias de uma racionalidade fortemente marcada por um saber social, saber (colocado em) comum e partilhado por uma comunidade de atores, saber prático que obedece a várias "lógicas de comunicação" e está enraizado em razões, em motivos, em interpretações onde estão presentes vários tipos de juízo (p.202).

Essa concepção de racionalidade não tem apenas um tom teórico, mas assume a perspectiva de uma capacidade essencial dos atores sociais que se traduz na elaboração de razões, de dar motivos para justificar e orientar suas ações – *capacidade de agir, falar e de pensar que resulta na elaboração de uma ordem de razão que orienta toda sua prática*.

Importar para o mundo social cotidiano as *exigências de racionalidade* provenientes da ciência ou da pesquisa universitária consiste para Tardif (2007) a grande "*armadilha metodológica*" para os pesquisadores. A capacidade dos atores sociais admite outra lógica. Procede de uma racionalidade embebida de instabilidade que não se coaduna aos mesmos moldes do pensamento lógico-cientifico.

É justamente essa instabilidade circunscrita ao labor docente que não permite um agir mecânico, mas ao contrário exige do professor enquanto ator social a *capacidade linguística* de *mostrar e retomar os procedimentos* e as *regras da ação* das *situações cotidianas* que o desafiam.

Uma contribuição importante de pensar o saber docente na perspectiva da exigência de racionalidade é, por um lado, porque se permite levar em contar tanto os significados quanto as razões que os atores atribuem às ações efetuadas no cotidiano e, por outro lado, também permite estabelecer uma conexão "*entre o discurso objetivante relativo aos fenômenos sociais e os discursos elaborados pelos atores envolvidos na ação*" (p.204).

Há de se levar em consideração, no entanto, que essa perspectiva guarda em si um perigo implícito tanto no aspecto metodológico quanto epistemológico. A questão está nas limitações intrínsecas da racionalidade dos atores – no caso, os professores – empenhados numa ação concreta.

De fato, as razões que eles elaboram para se orientar não correspondem necessariamente às "condições objetivas" que determinam a orientação de sua ação. Em outros termos, *os atores sociais, por um lado, não fazem exatamente o que dizem fazer e, por outro lado não dizem necessariamente o que fazem efetivamente, inclusive a si mesmos*.

Nesse sentido, os discursos, que eles emitem a respeito de sua situação, as explicações que dão a respeito de seus atos devem ser avaliados: "*é preciso vê-los como são, a saber, elementos de análise entre outros, elementos que, para se tornarem inteligíveis, devem ser situados num quadro interpretativo que se leve em conta todos esses elementos*" (p.204).

A racionalidade do trabalho docente assim concebida pode ser uma espécie de núcleo de uma possível colaboração entre os "teóricos" e os "práticos" – pesquisadores universitários e professores de profissão - e porque não dizer/incluir os *pesquisadores universitários* e *os futuros professores* em convivência colaborativa ainda em formação inicial, foco dessa pesquisa?

Tal colaboração, neste sentido, pressupõe por parte dos pesquisadores universitários o reconhecimento de que os professores de profissão possuem uma racionalidade – *saberes* – que se constituem de *motivos*, *argumentos*, etc.

2.2. UM "SABER-FAZER" DOTADO DE "CONSCIÊNCIA PROFISSIONAL"

Tardif (2007) defende a existência de um "*saber-fazer*" distinto daqueles da ciência que pressupõe a descrição real dos objetos, no entanto, adequado à diversidade de situações típicas da profissão de professor e que pode se aproximar de uma ciência que se estabelece no lócus da interação de múltiplos olhares.

Assumo progressivamente a partir dessas questões, a concepção proposta por Tardif de que *os saberes dos professores podem ser percebidos como capacidades de racionalizar sua própria prática, de nomeá-la e objetivá-la, ou seja, de definir sua forma de agir não podem ser saberes "sagrados"* – inquestionáveis.

Esses saberes devem ser criticáveis, revisáveis e precisam ser validados a partir de um permanente diálogo/confrontação com os fatos e com as proposições das ciências da educação e, conseguinte, com os resultados das pesquisas na área.

O valor desses saberes "*vem do fato de poderem ser criticáveis, melhorados, tronar-se mais poderosos, mais exatos ou mais eficazes*" (p.206). Dois aspectos inerentes a essa concepção - *saberes docentes* - considero relevante destacar.

Por um lado, essa definição é *flexível* na medida em que não faz juízo prematuro sobre a natureza das exigências da racionalidade, mas se apoia justamente no que os próprios atores consideram como racional. Por outro lado, também é *restrita*, pois não admite reconhecer como saber aquilo que os professores não são capazes de explicitar e discutir.

Nesta ótica Tardif acredita superar a visão etnográfica exagerada – *tudo é saber* – e, além disso, vencer o excesso que por vezes tomam certas pesquisas de foco cognitivista que adotam uma visão computacional e subjetivista do docente.

Com efeito, essa concepção assume que o saber não reside no sujeito, "*mas nas razões públicas que um sujeito apresenta para tentar validar, em e através de uma argumentação, um pensamento, uma proposição, um ato, um meio, etc.*" (p.207). O saber do professor nesse sentido é de foco *discursivo* (não representacional), é *argumentativo* (não mentalista) e de *comunicação* (não computacional).

Ora, conceber o saber dos professores com o "peso" das *exigências de racionalidades* que se materializam por meio das manifestações argumentativas que emergem nos seus discursos cotidianos parece sinalizar a necessidade de se responder, pelo menos algumas questões, dentre as quais estão: *quem é o professor que ensina*? O que é o ensino? O professor tem o controle consciente de tudo que faz em sala de aula? Nessa ótica Tardif nos dá contribuições relevantes.

Com relação à primeira questão*,* por um lado, no sentido afirmativo, *o professor é um profissional dotado de razão e confrontado com condicionantes contingentes*. Isso equivale dizer que o ato de ensinar "é perseguir, conscientemente, objetivos, intencionais, tomar decisões consequentes e organizar meios e situações para atingi-los" (Shavelson & Stern, 1981 apud Tardif, 2007, p.208). Em outros termos, de um modo geral, o professor sabe o que faz e por que o faz – *tem discurso consciente*.

Aqui estariam formas distintas como o *raciocínio prático*, o encadeamento de informações, o relato explicativo, a justificação e a racionalização a posteriori. Esse discurso é o que Tardif chama de "*consciência profissional*" – motivos, objetivos, premeditações, projetos, argumentos, razões, explicações, justificações, etc. Graças a essa consciência o professor é capaz de *dizer por que* e *como age*.

Com efeito, é justamente essa "*consciência profissional*" concebida por Tardif que me parece, nesse ponto de minha investigação, como centro nervoso para a identificação, se for possível, de traços de desenvolvimento da formação profissional nas ações de futuros professores a partir das atividades do LEMA/Unama.

Com relação a essas finalidades pedagógicas - *motivos, objetivos, premeditações, projetos, argumentos, razões, explicações, justificações* - inerentes ao trabalho do professor, Tardif acrescenta:

> (...) o professor deve tomar decisões em função do contexto em que se encontra e das contingências que o caracterizam (a manutenção da ordem na sala de aula, a transmissão da matéria, etc.). Ora, tomar decisões é julgar. Esse julgamento se baseia nos saberes do professor, isto é, em razões e, conformidade com ele. Essa visão do professor, esse modelo do ator, por mais simplificado que seja, parece-nos corresponder em seus aspectos gerais, ao trabalho do professor (p.208).

Por outro lado, em *segundo lugar*, num sentido negativo, *o professor não é cientista*. Os seus juízos não estão voltados para a produção de novos conhecimentos. Estão voltados para o "*agir*" *no contexto* e *na relação com o outro* – os alunos. Sua preocupação focal não é o conhecer, mas o "*agir*" e o "*fazer*", e quando se volta para a questão do conhecer, sua motivação é, na verdade, a melhoria da sua prática.

Já com relação à *segunda questão* – o que é o ensino? (Ven der Maren, 1990 apud Tardif, 2007, p.209) ao considerar o contexto característico da ação pedagógica diz:

> Ela (a situação educativa) define-se através dos oito aspectos seguintes: (1) uma pessoa (adulta) supostamente dotada de saber (2) está regularmente em contato (3) comum grupo (4) de pessoas (crianças) que se supõe estarem aprendendo (5), e cuja presença é obrigatória (6), para ensinar-lhes (7) um conteúdo socialmente determinado (8) por uma série de decisões tomadas em situação de urgência (p.210).

O "*saber-ensinar*" considerando no lócus privilegiado da ação pressupõe assim uma pluralidade de saberes. Tal diversificação acaba por constituir um tipo de reservatório de onde o professor enquanto ator social vai buscar suas certezas para validar seus julgamentos tendo em vista o permanente fluxo de ações. São vários tipos de juízo que estruturam e orientam sua atividade profissional.

Essa tipologia ora se manifesta como valores morais, ora como normas sociais. O fato é que uma gama significativa de práticas disciplinares é operada sob a lógica de *jogos normativos* sobre as diferenças *do que é e do que e não é permitido*.

Além disso, existe influencia de tradições escolares, pedagógicas, profissionais e da sua experiência vivida. Respeitar uma tradição, adotar um valor e agir em função da experiência vivida não são "comportamentos irracionais" desde que o professor seja capaz de "justificar seus procedimentos".

O professor, no entanto, sabe o que faz até certo ponto e não é necessariamente consciente de tudo que faz. Por conseguinte, não sabe com certeza por que age dessa ou daquela maneira. Suas ações possuem, por conseguinte desdobramentos que fogem ao seu controle – *consequências não-intencionais*.

A concepção dessas consequências *não-intencionais* traz luz sobre uma questão importante nessa discussão. Tardif argumenta: "(...) *se os professores sabem o que fazem como podem reproduzir fenômenos aos quais, no entanto, se opõem conscientemente?*" (p.211). O que está subjacente a esta questão é um problema clássico para a teoria da educação que versa sobre as relações entre determinismos sociais e liberdade dos atores[6].

Neste aspecto Tardif (2007) assegura que:

> Observa-se, portanto um corte importante entre as intenções profissionais dos professores e os resultados objetivos de suas ações. (...) Toda ação encerra, potencialmente, consequências não intencionais que escapam à consciência dos atores e ao seu conhecimento a respeito do que vai acontecer (p.212).

Com efeito, é nessa perspectiva do distanciamento entre as intenções profissionais do professor e os resultados objetivos das ações motivadas por essas intenções – *consequências não intencionais* – que acaba por sugeri a necessidade imperiosa da investigação sobre os saberes dos professores passar pela análise de situações reais, ou pelo menos, de situações que simulem a realidade efetiva do seu trabalho.

Sobre esse aspecto Tardif comenta:

> (...) o que um ator sabe fazer pode ser estudado em função dos conhecimentos que possui, do seu discurso; mas também se pode estudar o seu "saber-fazer" observando e descrevendo sua atividade, a fim de inferir de suas ações competências subjacentes que a tornam possível. Por exemplo, é possível estudar as concepções e conhecimentos pedagógicos explícitos de um professor, mas também se pode estudar o que ele faz realmente ao agir: quem já não encontrou, um dia, professores que se dizem partidários de uma pedagogia libertária, mas cuja ação expressa todas as rotinas de uma autoridade não-partilhada. (p.213).

Tardif parece convencido de que numa metodologia adequada para se investigar os saberes dos professores – *saberes consolidados e aqueles em construção* – o foco das análises devem está voltado tanto para *o que eles dizem sobre o que sabem* – concepções professas - tanto quanto, e de

[6] Um bom exemplo desta temática para Tardif é o fracasso escolar. As pesquisas mostram que os índices dependem da origem socioeconômica e cultural dos alunos. Muito embora grande parte dos professores defenda a igualdade e de justiça em relação aos alunos e de não avaliá-los por esses critérios, são eles (os professores), segundo Bourdieu, enquanto principais agentes da escola que acabam por efetivar objetivamente tal seleção.

forma inevitavelmente complementar, para o que *fazem efetivamente quando desenvolvem suas atividades de ensino* – concepções praticadas.

Assim, essa perspectiva de conceber os saberes dos professores pressupõe algumas consequências conceituais que irão contribuir na presente investigação tanto para definição da metodologia que será utilizada quanto na consolidação de aspectos centrais da "*consciência profissional*" concebida por Tardif. Essa categoria deve direcionar a identificação de traços de desenvolvimento da formação profissional a partir das atividades do LEMA/Unama.

Por um lado, uma dessas consequências está situada no fato de que a relação entre o saber do professor e sua atividade não é dotada de transparência perfeita nem de domínio completo: a ação cotidiana constitui sempre um momento de alteridade para a consciência do professor. Não fazemos tudo o que dizemos e queremos; não agimos necessariamente como acreditamos e queremos agir.

Em suma, a consciência do professor, assegura Tardif, é necessariamente limitada e seu conhecimento discursivo da ação, parcial. Agir nunca é agir perfeitamente e em plena consciência, com uma consciência clara dos objetivos e consequências da ação, das motivações afetivas subjacentes, etc.

Por outro lado, o professor possui competências, regras, recursos que são incorporados ao seu trabalho, mas sem que ele tenha, necessariamente, consciência explícita disso. Nesse sentido, o saber-fazer do professor parece ser mais amplo do que seu conhecimento discursivo.

Por isso Tardif considera que uma teoria do ensino consistente *não pode repousar exclusivamente sobre o discurso dos professores*, sobre seus conhecimentos discursivos e sua consciência explicita. Ela deve *registrar também as regularidades das ações dos atores, bem como suas práticas objetivas, com todos os seus componentes corporais, sociais*, etc.

Essa *não exclusividade* focal para a compreensão dos saberes do professor acaba por mostrar que sua atividade profissional admite necessariamente *antecedentes afetivos decorrentes da sua história de vida,* de *sua carreira* e de *sua personalidade*.

Ela – *atividade profissional* - comporta também *consequências não-intencionais*, decorrentes dos efeitos imprevisíveis de sua ação. A consciência profissional está, por assim dizer, delimitada pelos *fundamentos motivacionais* ou *afetivos* da ação e pelas *consequências não motivadas* que dela resultam.

Ora, todo esse entendimento sobre a *consciência profissional* do professor, para (Giddens, 1987 apud Tardif, 2007, p.214), tem um lócus privilegiado de observação, qual seja: *o seu contexto de trabalho*. Estudar os saberes do professor implica imperiosamente, nesse sentido, em observar/compreender a dinâmica das ações e reações que ele promove nas interações com seus alunos em sala de aula.

Em suma, as proposições de Tardif sugerem que *o saber experiencial* dos professores é, portanto um saber constituído por *conhecimentos discursivos*, *motivos*, *intenções conscientes*, bem como *competências práticas* as quais se revelam, sobretudo por intermédio do *uso* que o professor faz das *regras e recursos incorporados à sua ação*.

E o que as chamadas **SD** têm haver com essa natureza complexa dos saberes necessários ao exercício profissional docente especificamente no que diz respeito à capacidade de saber produzir argumentações escritas que possam servir de vetores diretores no sentido de dirigir as intervenções focadas no ato-processo de ensinar e aprender? Como as **SD** consolidam, no contexto em discussão, a natureza complexa dos saberes docentes?

Neste sentido estou propondo a seguir um breve olhar sobre essa temática polissêmica que tem invadido os progressivamente os arraiais acadêmicos e, por conseguinte, as pressões sobre o fazer docente em sala de aula.

3. SEQUENCIA DIDÁTICAS

Araújo (2013) associa o *"**modelo de sequencia didática"** às pesquisas sobre a aquisição da língua escrita através de um trabalho sistemático com gêneros textuais desenvolvidos pelo grupo de Genebra*. (p.322) (**grifo meu**). De acordo com a descrição desse autor essa sistematização proporcionada pela sequencia didática possibilita ao professor organizar as atividades de ensino em função dos núcleos temáticos – *dimensão conceitual dos objetos de estudo* – e dos procedimentos estruturais – *dimensão técnica e estética*.

O uso do termo "sequencia didática" (**SD**), de acordo com Araújo (2013), foi utilizado anteriormente no contexto da aprendizagem de língua escrita com os trabalhos desenvolvidos por DOLZ *et al* (2004) cujas investigações tinha como foco a relação entre linguagem, interação e sociedade. Nesse contexto a SD foi adotada como sendo "*um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um **gênero textual oral** ou **escrito***". (ARAUJO, 2014, p.324 apud DOLZ, 2004, p.97).

Nessa concepção o objeto do saber a ser ensinado é um tipo de gênero textual que pode assumir uma natureza "escrita" ou uma natureza "oral" e a SD que serve. No caso específico dos objetos de ensino no contexto da aprendizagem de Matemática sempre terão uma natureza abstrata.

Zabala (1998) usa o termo "*Sequências Didáticas*" como sendo "*um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm **um princípio e um fim conhecidos** tanto pelos professores como pelos alunos*" (p.18). Para esse autor é notória a adoção para as SD de uma perspectiva de sistematização e, portanto, de planejamento meticuloso vinculado aos objetivos de ensino.

Certamente nenhum planejamento rigoroso, nesse sentido, exclui, por um lado, o olhar disciplinar que procura não ferir os "interesses da Matemática" em sua natureza de ciência formal, e por outro, o olhar metodológico que, por sua vez, procura não ferir os "interesses do aprendiz". É evidente a concepção implícita da noção de *Transposição Didática*.

Além disso, para esse mesmo autor, o procedimento de SD "têm a virtude de manter o **caráter unitário** e reunir **toda a complexidade da prática**, ao mesmo tempo em que permitem incluir as três fases de toda intervenção reflexiva, quais sejam: *o planejamento, aplicação e avaliação.*" Essa visão de Zabala (1998) deixa evidente a tríade que permite ao professor um movimento de constante aperfeiçoamento de suas ações de ensino. O *planejamento* racionaliza a inevitável articulação entre as reconstruções conceituais e as metodologias alternativas, a *aplicação* que materializa a viabilidade e pertinência do material sequenciado disponibilizado aos aprendizes e a avaliação que por sua vez permite a (re)elaborações necessárias a partir da analise e discussão dos dados.

É justamente essa tríade sugerida por Zabala (1998) que possibilitam ao professor identificar a dimensão unitária do fenômeno de ensinar e aprender Matemática e que pode ser percebida a partir das interações promovidas pelas articulações contidas no designe da **SD** apresentada aos alunos.

O procedimento de ensino com a concepção de **SD** surge também no cenário internacional nas pesquisas realizadas pelo grupo de Genebra constituído por diversos pesquisadores, dentre os quais se estão *Jean-Paul Bronckart, Bernard Schneuwly, Joaquim Dolz, A. Pasquier, Sylvie Haller*.

As investigações produzidas por esse grupo tinham como lócus a aprendizagem da língua francesa no sentido de minimizar as dificuldades recorrentes da produção da língua escrita. Todas as investigações foram concebidas e realizadas com autorização do *Departamento de Didáticas de Línguas da Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Genebra* - **UNIGE** e, teoricamente, sob os pressupostos do *Interacionismo Sócio-Discursivo* - **ISD**.

No Brasil a concepção surge nos documentos oficiais dos Parâmetros Curriculares Nacionais como "*projetos*" e "*atividades sequenciadas*". Atualmente, as sequências didáticas continuam vinculadas ao estudo do gênero textual, porém, mais recentemente tem sido utilizada em diversos contextos de aprendizagem e, portanto, ligada a diferentes objetos do conhecimento.

Nesse contexto para (ROJO e GLAÍS, 2010)

> Uma sequência didática é um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero oral ou escrito. (...) Quando nos comunicamos, adaptamo-nos à

> situação de comunicação. (...) Os textos escritos ou orais que produzimos diferenciam-se uns dos outros e isso porque são produzidos em condições diferentes. (p. 97)

Além disso, outra grande contribuição para a fomentação de procedimentos de ensino-aprendizagem dirigidos por **SD** foi introduzida em território nacional pelas editoras mais jovens desafiadas a produzirem materiais didáticos mais completos essas novas editoras passaram a *criar materiais inovadores utilizando a concepção das SD*.

Para (KOBASHIGAWA et al., 2008) o procedimento didático elaborado na concepção de SD não se trata de um plano de aula uma vez que admite várias estratégias de ensino e aprendizagem e por ser uma sequência que também pode ser destinada a vários dias. Para esses autores as SD podem ser concebidas como um conjunto de atividades - *intervenções planejadas* - **etapa por etapa** com a finalidade os aprendizes compreendem os conteúdos objetos de ensino.

Esse conjunto de intervenções "passo a passo" dirigido pelo professor com a finalidade de atingir objetivos de aprendizagem sugere a ideia dos elos conectados de uma corrente. Cada elo posterior está devidamente articulado aos elos anteriores e permite outras articulações com elos subsequentes. Uma forma de rede que se estrutura a partir dessas articulações conceituais.

Em termos de modelo estrutural de acordo com a concepção da escola de Genebra para (DOLZ; NOVERRAZ e SCHNEUWLY, 2004, p.98) esse procedimento metodológico de SD é concebido por quatro fases distintas, quais sejam: *apresentação da situação de ensino, a produção inicial, os módulos e a produção final*.

Na **primeira fase**, os alunos recebem do professor uma descrição minuciosa da relevância do projeto de ensino em questão bem como dos objetivos, estrutura e condições coletivas de produção dos saberes envolvidos.

Já a **segunda fase**, qual seja, a *produção inicial*, guarda as intervenções que visam diagnosticar as capacidades já adquiridas pelos alunos em relação ao gênero objeto de ensino e, além disso, procura adequar às ações de ensino posteriores a partir das quais se pretende atingir os objetivos de aprendizagem.

Após essa fase diagnóstica dos sujeitos, vem a **terceira fase – desenvolvimento dos módulos –** na qual serão ministradas as oficinas que se constituem em diversas atividades, relativas ao desenvolvimento das capacidades de linguagem, envolvendo as três práticas linguísticas: leitura, produção e análise da língua.

O número de módulos/oficinas é flutuante e deve se adequar ao suprimento d as dificuldades encontradas pelos alunos na escrita inicial do gênero objeto de estudo. Nessa etapa o professor deve variar as abordagens avaliativas explorando questões abertas, fechadas, lacunadas, etc.

Após os módulos, segue-se a **quarta fase** - a produção final, na qual o aluno coloca em prática os conhecimentos adquiridos e, juntamente com o professor, avaliam os progressos alcançados.

Nessa perspectiva para (DOLZ & SCHNEUWLY, 1997) a elaboração da SD deve ser precedida de uma espécie de estudo do gênero a ser ensinado. Esse modelo apontará os elementos ensináveis que poderão ser objetos de ensino-aprendizagem dentro de uma situação de comunicação específica.

Em suma essa ótica de produção de conhecimento a partir da Escola de Genebra o professor faz em primeiro lugar uma investigação interna, ou seja, olhando para relações conceituais do objeto em termos de conteúdos disciplinares. No caso especifico buscar um conjunto de textos prototípicos do gênero com a finalidade de identificar características linguísticas, textuais e discursivas. Além disso, o professor deve identificar quais delas são adequadas a um grupo especifico de alunos.

Em *segundo lugar* o professor deve se apropriar estudos já desenvolvidos sobre o objeto de ensino em foco. Em outros termos, além de olhar para o objeto com o olhar disciplinar (conteúdo articulado) também se faz necessário investigar como esse objeto de ensino foi tratado por diversos outros estudos.

Em *terceiro lugar* o professor precisa, por um lado, sistematizar uma caracterização do objeto de ensino partir tanto do olhar disciplinar – *objeto enquanto conteúdo articulado a própria disciplina* – e, por outro lado, o objeto de ensino precisa ser percebido como objeto investigado com resultados apontados no que diz respeito às possibilidades de aprendizagem. E, por fim, o professor deve materializar o que elegeu como insanável. Objetivar suas ações de ensino a partir de um percurso metodológico definido e explicito.

Esse modelo de SD exige do professor capacidade de planejamento e sistematização de dados tanto quanto a capacidade de produção de texto escrito que lhe servirá de aporte para conduzir as ações de aprendizagem dos alunos. A grande aposta desse modelo de intervenção de ensino é que o ambiente criado para a sala de aula será revestido, em tese, de um maior envolvimento dos alunos entre si e com o professor. A ênfase nas interações verbais possibilita a compreensão das formas do pensamento das crianças gerando um ambiente profícuo para o desenvolvimento da capacidade argumentativa.

Obviamente que o procedimento SD é um processo essencial no que diz respeito às investigações no ensino-aprendizagem da Língua Materna na medida em que permite uma interação entre vários elementos: professor – aluno – texto (gênero textual). É justamente essa interação que possibilita uma mudança de práxis docente, e, além disso, viabiliza a reflexão do aluno sobre seu papel construtor de saberes.

O palco gerado pelo desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem a partir das intervenções mediadas pelo procedimento SD é fundamentalmente promotor de interações verbais. Esse ambiente interativo se adéqua às perspectivas investigativas de uma das vertentes do *Interacionismo Sócio-Discursivo* que se tem suas preocupações voltadas para a avaliação da prática do professor em sala de aula.

As iniciativas de pesquisadores também se voltam, nesse contexto, para a criação, adaptação, aplicação, avaliação e (re)elaboração de matérias metodológicos alternativos cuja finalidade ultima é minimizar as dificuldades de aprendizagem. A linguagem como atividade interativa, é um campo de ação imprescindível para a investigação do fenômeno de ensinar e aprender. O ensino de Matemática não foge a esse princípio.

As investigações dirigidas na perspectiva do *Interacionismo Sócio-Discursivo* cujo foco é o conjunto de interações verbais sugerem que o professor precisa desenvolver a capacidade de escolher o modelo mais adequado de SD em conformidade com os objetivos previstos que, por sua vez, estão intrinsecamente relacionados às necessidades dos aprendizes.

As contribuições do tipo de *Interacionismo Social* sugerido pelos pressupostos teóricos de Vygotsky de acordo com (HILA, 2008) é concebido com base em quatro princípios fundamentais, quais sejam: em *primeiro lugar* está o fato de que todo aprendizado é mediado pela linguagem e, nesse contexto, o foco interpretativo do fenômeno de ensinar e aprender é o conjunto das interações verbais. Em *segundo lugar* reside a convicção de que todo aprendizado tem uma história prévia, em outros termos, o ambiente escolar não é precursor das aprendizagens da criança.

Em terceiro *lugar* está o fato de que a aprendizagem de um conhecimento novo pressupõe a consideração da distância entre *o nível de desenvolvimento efetivo no qual o aluno é* capaz de solucionar problemas de forma independente, e o nível de *desenvolvimento potencial*, no qual o aluno necessita de orientação diretiva daquele que se propõe para ensinar. Por fim, em *quarto lugar* reside o fato de que as transformações produzidas nos processos de aprendizagem têm origem na cultura.

De acordo com as considerações discutidas por (DOLZ, NOVERRAZ, SCHNEUWLY, 2004) e (LEAL, BRANDÃO, ALBUQUERQUE, 2012) as escolhas do professor devem levar em consideração alguns princípios didáticos dentre os quais estão a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos; o ensino centrado na problematização; ensino reflexivo (ênfase na explicitação verbal); ensino centrado na interação e na sistematização dos saberes; utilização de atividades diversificadas, desafiadoras e estruturadas em níveis de complexidade.

A concepção das intervenções de acordo com esses princípios é estimular uma participação ativa dos alunos. Essa condição de "sujeito ativo" pressupõe que o aprendiz assuma a construção do seu próprio conhecimento o que sugere o distanciamento da postura tradicional passiva na qual se limita a copiar e a reproduzir modelos algorítmicos, em geral, apresentados sem quaisquer justificativas.

Essa postura deseja pode ser relacionada com os pressupostos defendidos por Ausubel, Novak e Hanesian (1980). Nessa perspectiva esses autores consideram que o fato "*o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquele que o aprendiz já sabe*. *Descubra isto e ensine de acordo com isso*". (p.4).

Para (ALMEIDA, COSTA e LOPES, 2015 apud ZABALA e ARNAU, 2010) a concepção de aprendizagem significativa conforme os pressupostos de Ausubel exigem a configuração de três aspectos, quais sejam: em *primeiro lugar* o material disponibilizado aos aprendizes tem que ser *potencialmente significativo* – uma exigência que deve se materializar nos dispositivos de organização e planejamento devidos ao professor. Além disso, em *segundo lugar*, a estrutura cognitiva do aluno precisa está adequadamente assessorada pelos "subsunçores" – para Moreira (2006) é sinônimo de uma espécie de "âncora conceitual" que possibilita a atribuição de significado ao novo conhecimento de tal forma que o significado lhe seja materializado por um símbolo, um conceito, já existente em sua estrutura cognitiva. E por fim, em *terceiro lugar* o aprendiz deve manifestar *predisposição para aprender* - em outros termos, o aluno precisa assumir a condição de "jogador" do "jogo de ensinar e aprender".

É justamente nesse sentido que o conteúdo, objeto de ensino, precisa ser dotado de significado em si mesmo. No caso específico do ensino de Matemática é necessário que o professor apresente os conteúdos de forma articulada com foco na exploração de regularidades – *padrões sistêmicos* – que podem promover, ainda que intuitivamente, o estabelecimento de generalizações.

Em outros termos, o que nos sugere as pesquisas no âmbito do processo de ensinar e aprender a partir das interações verbais promovidas com o uso SD é a superação do modelo focado única e exclusivamente na exposição didática – *modelo tradicional de ensino* – que, em geral, subtrai as possibilidades do aprendiz em penetrar com profundidade nos objetos desconhecimento.

Cerqueira (2013) considera que o uso de SD está em acordo aos quarto pilares para a Educação, Ciência e Cultura sugeridos/adotados pela UNESCO, quais sejam: **aprender a conhecer**; **aprender a fazer**; **aprender a viver com os outros** e **aprender a ser**.

Compreendo que esse conjunto quaternário condensa, potencializa e expande a capacidade humana de produzir conhecimento na medida em que possibilita a consubstanciação de dimensões essenciais da existência humana. Por um lado, está a capacidade de *abstração* como essência da nossa racionalidade que nos permite dá um tom de inteligibilidade para as coisas e que sempre nos desafia a (des)confiar dos resultados aparentemente consolidados, *assim aprendemos a conhecer*.

Por outro lado, está a *ação* como essência da capacidade humana de transformação mediante o uso de instrumentos de mediação, sejam físicos e/ou ideais. Essa capacidade revela nossa vocação de modificar o meio e de ser modificado por ele. Um fazer transformador que trás consequências e que, por essa natureza consequente, necessariamente precisa ser um fazer reflexivo, avaliativo e, portanto, responsável. *Assim aprendemos a fazer*.

Além disso, está a capacidade de *convivência* como essência da nossa necessidade dependente do outro. Aprendo coletivamente, aprendo com meus pares, me constituo como ser que aprende num processo contínuo de intercambio com meus semelhantes. A aprendizagem é, sobretudo, uma tarefa se mostra profícua quando acontece numa ambiência coletiva, plural de múltiplas interações.

É, neste sentido, que ao se perceber a potencialidade pedagógica do ensino pautado na mediação de uma **SD** se faz necessário que o professor faça um diagnóstico para estabelecer a relação adequada entre aquilo que os alunos sabem sobre o que lhes será ensinado – *conhecimentos mínimos necessários para apreensão do novo objeto* – e a estrutura da **SD** proposta para a aprendizagem do objeto em jogo.

A questão em torno do procedimento metodológico com **SD** é que a partir das recomendações sugeridas nos Parâmetros Curriculares Nacionais e com a adoção por iniciativas de várias disciplinas cria-se o problema da adequação às necessidades e/ou especificidades que distinguem os diversos campos do saber disciplinar escolar.

No que diz respeito ao ensino de Matemática nos níveis fundamental e médio é necessário que se façam enumeras adaptações quando pensamos, por exemplo, nos modelos exploratórios sugeridos pela Escola de Genebra no contexto de ensino-aprendizagem de língua materna.

É justamente nesse sentido que passo a descrever um modelo estruturante para a elaboração de Sequencias Didáticas no âmbito do ensino-aprendizagem de Matemática com características focadas sobre o nível escolar fundamental e médio.

4. A UNIDADE ARTICULADA DE RECONSTRUÇÃO CONCEITUAL - UARC

Minha motivação inicial como professor de um curso de licenciatura sempre foi procurar estimular meus alunos para que pudessem no exercício da profissão docente, ensinar a Matemática de um modo diferente daquele com o qual haviam sidos ensinados. Meu investimento era no sentido de criar uma possibilidade alternativa que ao mesmo tempo em que os afastasse da ditadura do modelo tradicional – *definição, exemplo e exercício* – os aproximasse de uma prática discursiva dialógica promotora de interações verbais reflexivas que pudesse, em alguma dimensão, gerar condições para que os alunos explorassem regularidades e, mesmo intuitivamente, pudessem perceber a necessidade e a utilidade de se estabelecer generalizações.

A concepção que proponho aqui se fundamenta numa analogia da reconstrução conceitual de um objeto matemático com o procedimento adotado para se determinar a medida da área de uma superfície a partir de uma unidade previamente definida. Imaginemos que o conceito objeto de reconstrução seja representado, por analogia, a uma superfície **S**.

Para reconstruir o conceito (a superfície **S)**, imaginemos ainda uma segunda superfície "**s"** que será utilizada como *unidade de medida*. Denominei a primeira dessas unidades de UARC-1 – *unidade articulável de reconstrução conceitual de primeira geração*. É na verdade nosso "**ponto de partida**" e que não necessita ser exatamente um problema como de um modo geral é recomendado. É como se estivéssemos revestindo um piso com placas de área unitária. Podemos começar por uma variedade de posições dentro de **S**. Denomino de UARC-1 essa *primeira escolha*[7].

A partir dessa primeira escolha (UARC-1) professor terá sua segunda escolha condicionada. Não poderá escolher uma unidade qualquer dentro de **S**. Em minha analogia deverá tomar uma peça unitária imediatamente ligada a primeira a qual denominei de UARC-2 (unidade articulável de reconstrução conceitual de segunda geração).

[7] Evidente que esta primeira escolha depende de uma série de variáveis. O tempo disponível, a experiência didática e conceitual do professor, o conhecimento que ele tem sobre o que o que os alunos dominam sobre certos conhecimentos prévios, os objetivos de aprendizagem, etc.

O mesmo critério é adotado para definição das demais UARC's de gerações superiores. À medida que as UARC's são evocadas à superfície **S** o conceito, em minha analogia, é reconstruído/revestido. O que o aluno, em tese, aprende em cada uma dessas UARC's contribui potencializado sua capacidade de reconstrução conceitual a ponto de que, nas interações promovidas de uma n-ésima UARC, a reconstrução pretendida é atingida por ele.

Para que o construto analógico das UARC's seja bem compreendido, passo a descrevê-lo em termos de *seis categorias estruturantes que materializam o texto de uma SD* de acordo como eu concebi em suas adaptações necessárias para o ensino-aprendizagem de Matemática nos níveis fundamental e médio, são elas: *Intervenção Inicial* (I_i), *Intervenção Reflexiva* (I_r), *Intervenção Exploratória* (I_e), *Intervenção Formalizante* (I_f), *Intervenção Avaliativa Restrita*(IA_r) *e, finalmente, as Intervenção Avaliativa Aplicativa* (IA_a).

4.1. INTERVENÇÕES ESTRUTURANTES E SEUS SIGNIFICADOS

A Intervenção Inicial (I_i) é a primeira peça de jogo de idéias na esfera do discurso dialógico-didático que serve de aporte para que o professor estimule o aluno a perceber de maneira *empírico-intuitiva* as regularidades funcionais de um conceito.

Estou usando o termo "*Intervenção*" no sentido de que existe uma intencionalidade nas ações dirigidas pelo professor diante de seus alunos. Uso, portanto esse termo no sentido de evidenciar o papel de orientador do pensamento em construção que é uma prerrogativa intransferível do professor. Suas ações de ensino são intervenções que visam estimular o aluno a atingir os objetivos de aprendizagem.

Tais intervenções podem ser compreendidas, em última análise, na perspectiva de ações interativas eleitas e dirigidas pelos professores com a intenção de promover de acordo com os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural (Vygotsky) as chamadas *Zonas de Desenvolvimento Proximal* (**ZDP**) que permitem ao aprendiz avançar de um *Nível de Desenvolvimento Potencial* (**NDP**) para um *Nível de Desenvolvimento Efetivo* (**NDE**).

O que estou chamando de *Intervenção Inicial* (I_i) é, na verdade, o primeiro elemento de um jogo discursivo dirigido pelo professor com *a* *intenção definida de estimular os aprendizes à percepção de alguma verdade do pensamento matemático e que, associada com outras percepções articuladas a essa primeira, pode exercer um papel facilitador na reconstrução conceitual pretendida*.

Já a ***Intervenção Reflexiva*** sempre se materializa por meio de um questionamento. Esse questionamento se refere a um ou mais aspectos relacionados ao conceito objeto de reconstrução. Ainda que, para o aluno, esse questionamento não tenha um sentido mais relacional e, portanto, capaz de suscitar vários desdobramentos, no entanto, as ideias envolvidas tangenciam fatos importantes que vão facilitar a reconstrução final do objeto em jogo. O aluno é estimulado durante todo o tempo do jogo da aprendizagem em refletir sobre o que está fazendo e as consequências desse fazer sobre outros aspectos da atividade que se desenvolve.

Nessa perspectiva, tudo passa por uma perspectiva de planejamento e de identificação, por parte do professor, sobre a organização atribuída aos *conceitos circunscritos, quais sejam,* àqueles que de forma associada potencializam a (re)descoberta do *conceito objeto* de reconstrução. *Aqui o aluno é orientado a levantar hipóteses, fazer conjecturas, verificar possibilidades e estabelecer consequências*.

Além disso, a ***Intervenção Exploratória*** ***(I_e)*** tem com objetivo aprofundar olhar do aluno a respeito das respostas obtidas a partir da das ***Intervenções Reflexivas (I_r).*** Não serão dadas por meio de questionamentos, mas a partir da solicitação da execução de certos procedimentos por parte dos alunos. *Aqui os alunos são convidados para fazerem simulações, experimentações, descrições, preencher tabelas, elaborar gráficos e observações*.

Concebo a utilização colaborativa dessas duas formas de intervenções de ensino – I_r *e* I_e – no sentido de estimular o aluno à percepção de certas *regularidades* envolvidas no processo de reconstrução conceitual. O processo de ensinar e aprender precisa necessariamente passar por essa dinâmica, qual seja, *de se elaborar o cenário didático com a finalidade de levar os alunos a perceberem, ainda que intuitivamente, os padrões, as regularidades que possibilitam a configuração de modelos generalizantes*. Essa dinâmica muda substancialmente o que, em geral, é realizado a partir do modelo focado exclusivamente na exposição didática.

É justamente a percepção dessas *regularidades* que permitem aos alunos, ainda que intuitivamente, numa lógica fundamentalmente empírica, serem convencidos de "certas verdades" do saber matemático. Esse processo de "convencimento" que *não é* promovido pelos argumentos estruturantes de uma "demonstração matemática" em seu sentido mais rigoroso, mas que nesse nível de aprendizagem - ensino fundamental e médio - tem um valor significativo na aprendizagem dos alunos.

Assim a dinâmica de ensino que permite interações combinadas das ***Intervenções Reflexivas e Exploratórias***, conforme eu as concebi, configura um cenário didático estimulante de ***intervenções estruturantes pré-formais*** que, em geral, são esquecidas nos ambientes de ensino controlados pela dinâmica excessivamente expositiva.

A partir das generalizações (*empírica-intuititva* por parte dos alunos) fomentadas pelas ***Intervenções Estruturantes*** (***Reflexivas e Exploratórias***) o professor, que orienta o pensamento mediado pela seqüência didática, se apropria dessas verdades "empírico-intuitivas" (sugeridas pelos alunos) e, a partir delas, enuncia o que chamo de ***Intervenção formalizante*** (***I_f***).

Aqui o professor reelabora as verdades "redescobertas" pelos alunos com as vestes da formalidade Matemática. Aqui as percepções dos alunos são consolidadas com uma linguagem mais abstrata que procurar satisfazer as exigências do saber disciplinar formal, axiomático, próprio da natureza matemática.

Em outros termos, o que estou sugerindo com esse modelo estruturante para as Sequências Didáticas não é o abandono das exigências formais do saber disciplinar da Matemática, mas que se valorize um *cenário didático amplificado* que pressupõe um olhar mais compassivo em respeito às limitações dos aprendizes. O que realmente quero dizer com uma "olhar mais compassivo" é a valorização inicial no ambiente pré-formal de modo diferente do que ocorre no modelo tradicional no qual a formalização precede quaisquer possibilidades de argumentação por parte do aluno.

Nessa perspectiva as *generalizações empírico-intuitivas* precisam ser valorizadas. A meu ver, esse estímulo às generalizações consolida uma etapa importante da aprendizagem de conceitos matemáticos que, infelizmente, tem sido sistematicamente negada ao se adotar, em geral, a formalização como a primeira peça de um quebra-cabeça, quase sempre, sem sentido para a maioria dos alunos.

Finalmente, após as ***Intervenções Formalizantes*** (***I_f***) o professor poderá inserir as ***Intervenções Avaliativas Restritas (IA_r)*** que foram concebidas com a finalidade de se estabelecer um primeiro parâmetro de aferição de aprendizagem do conceito objeto de reconstrução.

Trata-se de uma espécie de "primeiros passos" para se checar os rudimentos do conceito em tese apreendido. A ênfase nesse momento é para as implicações conceituais do objeto reconstruído e para as propriedades operacionais com a manipulação de algoritmos envolvidos.

O que deve ser fortalecido nessa etapa é um aspecto igualmente desprezado pelo ensino tradicional que é a *justificativa de procedimentos adotados* como base as verdades *empírico-intuitivas* estabelecidas nas reconstruções conceituais.

Esse é na verdade o centro nervoso de todo o processo de ensino bem sucedido de conteúdos da Matemática. O domínio conceitual do objeto é que permite ao aluno, salvaguardando as devidas proporções, justificar os procedimentos automatizados pelos algoritmos. Esse é sem dúvida "o pecado" do modelo tradicional. O ensino focado sobre as manipulações de algoritmos – como fazer – sem a fomentação de justificativas de procedimentos. Um ensino por meio de regras e fórmulas.

O modelo tradicional tem ênfase descritiva na lógica da repetição para se "memorizar" e "reproduzir". Essa lógica se traduz na perspectiva do "*como fazer*" em detrimento da ênfase *reflexiva-exploratória* que se constitui na lógica da repetição para se fomentar a percepção de *regularidades e generalizações* que se traduz na perspectiva do "por que fazer?". É uma mudança radical. *A ideia é sair da lógica da "reprodução algorítmica" para uma lógica da "justificativa de procedimentos" a partir das noções conceituais*.

Portanto, nessa dinâmica, as ***Intervenções Avaliativas Restritivas (IA_r)*** *buscam aferir as aprendizagens dos alunos em dois aspectos fundamentais do saber matemático, quais sejam: O que é o objeto matemático em estudo? (o significado, o sentido) e, além disso, como se justificam e operam os algoritmos decorrentes? (propriedades e operações)*.

Finalmente estão as ***Intervenções Avaliativas Aplicativas (IA_a)*** cuja finalidade é a *Resolução de Problemas de Aplicação*. Aqui temos o nível mais elevado de avaliação do processo de apreensão conceitual. O aluno precisa ser capaz de mobilizar as noções conceituais associadas às propriedades operacionais decorrentes (algoritmos) em situações que envolvam *resolução de problemas aplicados* aos diversos contextos reais e/ou abstratos adequados ao seu nível de ensino.

Natanael Freitas Cabral

5. AS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS E AS INTERVENÇÕES ESTRUTURANTES

Mas como essas Intervenções *Estruturantes (Inicial, Reflexiva, Exploratória, Formalizante, Avaliativa Restrita e Avaliativa Aplicativa) consolidam o texto de uma Sequência Didática para o ensino de conteúdos de Matemática voltados para os níveis de ensino Fundamental e Médio?*

Concebi duas modalidades para a materialização da *Intervenção Inicial*, quais sejam: a "**Exploração Potencial"** ***(I_i - EP)*** e a "**Conexão Pontual"** ***(I_i - CP)*****.** Em ambas as modalidades a *condução diretiva-dialógica do professor* assume o papel de orientador do pensamento que tem como objetivo a (re)construção de um ou mais conceitos já sistematizados do saber disciplinar da Matemática sugerida no currículo escolar.

Defendo a *condução diretiva* por necessidade intransferível do planejamento minucioso que determina a produção de uma Sequência Didática. Assim, Toda Sequência Didática está revestida de *intencionalidade* que é a essência de todo planejamento bem elaborado. Muito embora as ações do professor sejam diretivas – *forjadas na objetividade de se fazer aprender* – o ensino associado a essas ações precisa ser mantido no campo do *discurso dialógico* que, em última analise, pode ser entendido como aquele capaz de permitir a participação ativa do aluno que se constitui como ator de sua própria aprendizagem.

O aluno é envolvido numa espécie de "***ping-pong discursivo***" provocado, por um lado, pelas *Intervenções Estruturantes* conforme eu as concebi e que se materializam de forma escrita nas Sequências Didáticas e, por outro lado, num tipo oculto de intervenções ao texto da Sequência Didática que eu denominei de ***Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (I-OMO)****. Essas intervenções são extremamente necessárias, pois ajudam o professor a modular as aproximações e distanciamentos dos alunos em relação aos objetivos de aprendizagem.*

Na verdade essa última categoria de intervenção pode ser entendida como uma espécie de Sequência Didática implícita complementar que é sustentada no discurso do professor durante todo o processo de ensino-aprendizagem e que permite a ele fazer as reformulações emergentes inevitáveis no processo de reconstrução conceitual. Essas intervenções são importantes, sobretudo por dois aspectos. Por um lado, *permitem as modulações do professor no sentido de estimular o aluno em direção aos objetivos estabelecidos pela Sequência Didática e, por outro lado, em possibilitar futuras reformulações no texto utilizado que media a aprendizagem*.

5.1. INTERVENÇÕES ESTRUTURANTES E AS ZONAS DE TENSÃO DISCURSIVA

Muitas vezes um bom início para uma **SD** consiste na apresentação de uma *situação-problema*, um jogo, um quebra-cabeça, um desafio de natureza aritmética, algébrica ou geométrica ou ainda de natureza hibrida. Denominei essa modalidade de "**Exploração Potencial**", pois permite ao professor desencadear, a partir de diversos questionamentos aos alunos, uma série de procedimentos investigativos, simulações, conjecturas, hipóteses, analogias, empirias, que são procedimentos típicos de construção do saber matemático.

Todas essas possibilidades constituem um ambiente fértil para a percepção dos diversos padrões de funcionamento dos modelos conceituais que são objetos de reconstrução. Quanto mais ricas forem essas possibilidades, maior será o "***potencial***" exploratório da ***Intervenção Inicial*** adotada.

A ideia é que o *cenário didático* seja construído adotando-se a ***Intervenção Inicial*** como uma espécie de "*caixa de pandora*" aplicada ao ato-processo de ensinar-aprender. Uma vez aberta pela motivação hipotética da curiosidade – *cerne da construção de conhecimentos* – traz como consequência uma série de desdobramentos relacionais que culminam com a redescoberta, por parte do aluno, de alguma verdade matemática.

Aberta a "*caixa de pandora*" os desdobramentos relacionais até a redescoberta serão promovidos pelas ações diretivas do professor a partir de uma Seqüência Didática desencadeada adotando-se essa ***Intervenção Inicial*** como referencia. Criei uma série de categorias que visam evidenciar as potencialidades da ***Intervenção Inicial,*** dentre as quais estão *a **Reflexiva**, **Exploratória**, **Formalizante**, **Avaliativa Restritiva** e a **Avaliativa Aplicativa**, conforme já foram definidas. A esse conjunto de intervenções que buscam evidenciar as potencialidades da **Intervenção Inicial** chamei de **Intervenções Auxiliares***.

*Todas essas intervenções auxiliares, incluindo a **Intervenção Inicial** são Intervenções Escritas e estão sistematicamente organizadas no texto que materializa a Sequência Didática. Além dessas seis intervenções escritas criei uma sétima categoria de intervenção de natureza oral a qual denominei de **Intervenção Oral de Manutenção Objetiva (I- OMO)** cuja finalidade é manter a objetividade planejada, manter o foco da reconstrução pretendida pela sequência didática*.

O contorno das *intervenções orais de manutenção objetiva* pode ser ilustrado a partir do que chamei de **Zonas de Tensão Discursivas ALFA, BETA E GAMA** as quais descrevem em minha concepção os contornos das ações dos alunos em relação às intervenções estruturantes da sequência didática dirigidas pelo professor.

Figura 1: **Zonas de Tensão Discursivas ALFA, BETA E GAMA**

Fonte: Elaboração do autor.

A linha mais **"ESCURA"** ilustra as pretensões didáticas do professor, ou seja, o percurso previsto das aprendizagens. Traduz as expectativas de aprendizagem. Essas pretensões didáticas estão devidamente explicitadas nas argumentações organizadas na **SD** disponibilizadas aos alunos.

A prova inequívoca da complexidade da comunicação humana. Dificilmente algum aluno percorrerá o mesmo trajeto previsto pelo professor de modo exclusivamente espontâneo tendo como aporte apenas as provocações, por mais bem articuladas que sejam da **SD** disponibilizada.

Ali estão em conflito suas aprendizagens prévias, as interpretações pessoais do texto e porque não dizer os níveis de envolvimento (motivação) com as atividades sugeridas. Assim diante desse processo de aprendizagem, o aluno, adequadamente motivado, tenderá a percorrer um caminho diferente do caminho previsto pelo professor e, o professor, por sua vez, supervisionará os distanciamentos entre esses caminhos.

A dinâmica interativa dessa supervisão do professor em relação aos distanciamentos adotados pelos aprendizes diante do desafio de apreensão do objeto de conhecimento em jogo é estrutura as argumentações escritas de tal modo que possam envolver os aprendizes numa ambiência que associa adoção de procedimentos e reflexões sobre os resultados.

A concepção é desafiá-los a perceberem que o processo de (re)construção conceitual em Matemática exige a percepção de regularidades - *padrões* - e do estabelecimento de generalizações, ainda que desprovidas do rigor acadêmico, numa dinâmica mais intuitiva.

A linha "**CLARA**", por sua vez, ilustra as ações dos aprendizes a partir das provocações do texto escrito associadas às intervenções orais desenvolvidas pelo professor ao longo da atividade. Representa o caminho percorrido pelo aprendiz diante do objeto de aprendizagem.

Ali estão suas compreensões e incompreensões, suas dúvidas e certezas, o desenho do seu pensamento em construção. Sempre que o professor percebe, em geral, algum afastamento dos objetivos de aprendizagens previstos na **SD**, ele faz as intervenções orais no sentido levar o aluno a refletir sobre suas ações e resultados encontrados, sugerindo possibilidades, perguntando sobre significados, etc.

Acaba exercendo certa pressão diretiva no sentido de não permitir que seus aprendizes se distanciem demais dos objetivos traçados. O aprendiz se conduz diante de uma liberdade supervisionada. Seu pensamento se constrói em relação ao objeto de aprendizagem numa dinâmica interativa que pode ser mapeada mediante as provocações escritas da **SD** e intervenções orais de manutenção objetiva.

As "**SETAS**" ilustram as *intervenções orais* do professor quando percebe a aproximação e/ou distanciamentos do aluno em relação aos objetivos de aprendizagem. São "pressões" exercidas pelo professor ao monitorar o envolvimento e desempenho dos alunos em relação aos objetos de aprendizagem dirigidos pela **SD**. São essas intervenções orais que sustentam todas as tensões discursivas necessárias ao processo de ensinar e aprender.

Concebo o conjunto das *Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (I- OMO)* como sendo uma espécie de **SD** paralela, oculta de natureza complementar tão importante quanto àquela que esta materializada em papel, escrita, e que serve de orientação para as ações dos alunos e professor e onde estão delineados o objeto e objetivos de aprendizagem.

Uma mesma **SD pode ser assessorada por** *Intervenções Orais de Manutenção Objetivas distintas.* Para que isso ocorra basta que uma mesma **SD** seja aplicada em classes diferentes. Alunos diferentes reagem de forma diferentes às provocações dirigidas pelas **SD** e o professor, ao exercer o monitoramento do envolvimento e desempenho dos seus aprendizes, vai fazer intervenções orais que podem ou não se repetir diante das demandas específicas de outras classes.

Além disso, essas *intervenções orais* são dotadas de uma natureza *relativamente caótica* no que diz respeito em pelo menos *dois* aspectos, quais sejam à *frequência* e a *intensidade*. No que diz respeito à sua *frequência* tem natureza caótica uma vez que podem acontecer a qualquer momento.

Em geral, essas *intervenções orais* tendem a ser mais intensas no inicio das atividades e posteriormente tendem a diminuir ao longo do processo. Isso ocorre porque à medida que os aprendizes vão compreendendo as articulações conceituais e algorítmicas se tornam mais independentes e, com isso, o professor que monitora o processo ameniza suas intervenções orais.

Já o caráter caótico de sua *intensidade* está associado ao nível de aprofundamento conceitual e ou algoritmo relativos à apreensão dos conteúdos ou, além disso, sobre os níveis de envolvimento dos aprendizes com os objetos de aprendizagem que tangencia o campo motivacional. O mestre age a partir das pistas atitudinais que os alunos dão daquilo que estão compreendendo sobre os objetos de aprendizagem que estão em jogo.

Por um lado, o professor pode perceber que o aluno cometeu um erro por falta de atenção substituindo, por exemplo, um dado incompleto ou equivocado afastando seus resultados do previsto. Nesse caso, a intervenção se reduz a uma solicitação do professor ao aluno para que refaça aquela etapa do procedimento.

Por outro lado, o aluno pode ter estacionado suas atividades por não ter compreendido o comando sugerido pela **SD** em função, por exemplo, da falta de um conceito, uma noção abstrata especifica sobre a qual as atividades foram organizadas. Sem o domínio conceitual o aluno fica impossibilitado de agir. Nesse caso, o professor agirá no sentido de possibilitar esse domínio, e isso, certamente, vai exigir uma atenção maior, por vezes individual, para que aquela "falha conceitual" seja "resolvida" e o aluno tenha condições de prosseguir. Muitas vezes esses problemas conceituais ocorrem com certa frequência e, nesse caso, o professor pode tratá-lo de um modo mais amplo com toda a classe.

Assim, durante todo o procedimento de construção de conhecimento dirigido professor a partir das provocações interativas organizadas nas argumentações escritas, considerando, em tese, o envolvimento dos alunos num processo colaborativo de construção, surge um conjunto de interações verbais já designadas aqui de *intervenções orais de manutenção objetiva* que, uma vez associadas aos posicionamentos dos alunos diante dos objetos de conhecimento que lhes são propostos, cria certas *zonas de tensão discursivas*.

Essas zonas são a materialidade com complexo ato-processo de ensinar e aprender. A evidente diferença entre as intenções que revestem as ações de ensinar – *objetivos planejados* – a aquilo que realmente é apreendido pelos alunos.

Denominei a primeira zona de tensão discursiva de **ALFA**. É a zona inicial onde as primeiras articulações argumentativas são propostas em direção aos objetos de aprendizagem. Por se tratar de um processo de redescoberta conceitual esse momento é marcado, em geral, por pequenos avanços e frequentes intervenções do professor. A lógica desse momento é simples: *quanto menor o domínio dos alunos diante dos objetos de conhecimento maior será a quantidade de intervenções dirigidas pelo professor*.

A segunda zona é a **BETA**. É a zona intermediaria e marcada por uma tensão discursiva menos intensa. Aqui o professor percebe que certas conquistas de aprendizagens fundamentais estão sendo consolidadas e os aprendizes já sinalizam atitudes de autonomia em relação tanto às interpretações do protocolo escrito (**SD**) que lhes dirigem o pensamento quanto nas associações entre essas aquisições parciais e fundamentais e os desdobramentos desses conhecimentos na aquisição de novas percepções.

A zona discursiva **GAMA** é final com ênfase em avaliar o nível de segurança conceitual e algorítmica do aprendiz. É um momento em que o professor percebe que o domínio do objeto de conhecimento já se mostrou relativamente consolidado pela classe e, então, passa a propor situações problemáticas mais complexas e inclusive invertendo o discurso. Essa inversão consiste em que durante todo o processo em **ALFA** e **BETA** o professor procura levar o aluno a refletir no sentido de "*mantê-lo sobre os trilhos*" dos objetivos de aprendizagem organizados na **SD. Em GAMA** o professor pode promover intervenções no sentido de **"***retirá-los dos trilhos***"** desses objetivos.

Em outros termos, o professor testa a capacidade de resistência do aluno de se manter, diante das provocações do mestre, adotando procedimentos vinculados corretamente aos conceitos apreendidos. Uma das formas de se estabelecer essa dinâmica, por exemplo, sugeri o uso incorreto de uma propriedade, de um procedimento algorítmico ou ainda explorar de modo incorreto um conceito, em tese, já consolidado. Após a adoção de algum desses procedimentos o professor pode, por exemplo, questionar a validade dos resultados obtidos e estimula os alunos a refletirem sobre a coerência do binômio "procedimentos adotados x resultados obtidos".

5.2. SEQUÊNCIAS ESTRUTURADAS – PARTE A

A seguir estou sugerindo uma *sequência didática* estruturada a partir de uma *Intervenção Inicial* utilizada na modalidade de *Exploração Potencial*. Utilizei essa sequência didática pela primeira vez em 2005 no Laboratório de Educação Matemática *Prof. Inácio Pantoja* (LEMIP) da Escola Tenente Rêgo Barros (ETRB).

5.2.1. Titulo: A Torre de Hanói e a função exponencial

Objetivo 1: Descobrir de forma intuitiva a lei que estabelece a relação funcional que associa o *número de discos* utilizados na Torre de Hanói (**TH**) e o *número de movimentos* (menor possível) para transferi-la de um pino para o outro.

Objetivo 2: Explorar essa lei de formação funcional a partir dos conceitos de funções polinomiais do 1^0 e 2^0 graus no contexto da **TH** e como uma aplicação de *domínio e contradomínio reais*.

Material Utilizado: Uma Torre de Hanói de madeira, caneta ou lápis, ficha instrucional com a sequência didática.

Procedimentos:

[I_i - MEP]: *É possível estabelecer uma relação funcional que associa o número de discos utilizados e o numero mínimos de movimentos necessários para levar a TH de um pino para outro conforme as regras estabelecidas pelo professor?*

[I_e]: Utilize a **TH** com **três discos** e verifique experimentalmente qual o **menor número de movimentos** para transferi-la de um pino para outro. Discuta a experimentação com seus colegas e depois de chegar a um consenso, chame o professor e partilhe a conclusão do grupo.

[I_r]: *Se a **TH** com três discos estiver inicialmente localizada, por exemplo, do "pino central" e você decidir transferi-la para o "pino à sua direita" para onde você deve deslocar o primeiro disco da **TH** para que a transferência ocorra com o menor número de movimento para o pino escolhido?*

[I_e]: Utilize a **TH** com **Quatro discos** e verifique experimentalmente qual o **menor número de movimentos** para transferi-la de um pino para outro. Discuta a experimentação com seus colegas e depois de chegar a um consenso, chame o professor e partilhe a conclusão do grupo.

[I_r]: *Existe alguma relação entre os movimentos que você utiliza para a transferência da **TH** com três discos de um pino para o outro e os movimentos que executa para a transferência solicitada na **Atividade B**, com quatro discos? Qual?*

[I_e]: Utilize a **TH** com **cinco discos** e verifique experimentalmente qual o **menor número de movimentos** para transferi-la de um pino para outro. Discuta a experimentação com seus colegas e depois de chegar a um consenso, chame o professor e partilhe a conclusão do grupo com ele.

[I_r]: A relação que você percebeu entre os movimentos com três discos e os movimentos para a transferência com quatro discos também se aplica para a transferência com cinco discos?

[I_e]: Preencha a tabela abaixo de acordo com os experimentos que você realizou descrevendo a relação numérica que associa a cada valor de "***d***" –

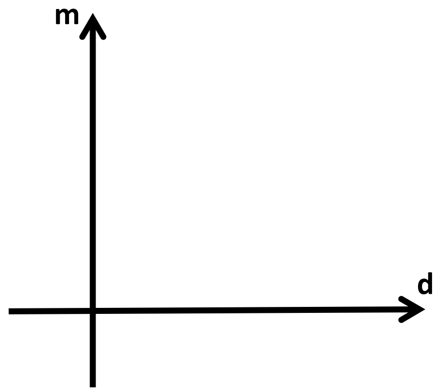
número discos; ao respectivo valor de "***m***" – *menor número de movimentos que transfere a **TH** de um pino para outro*. Discuta a experimentação com seus colegas e depois de chegar a um consenso, chame o professor e partilhe a conclusão do grupo com ele.

Tabela 1: **Valores de (*d*, *m*)**

d (número de discos)	***m*** (número de movimentos)	2^d
1	**1**	**2**
2	**3**	**4**
3	**7**	**8**
4	**15**	**16**
5	**31**	**32**

[I_e]: Esboce o gráfico correspondente aos valores da Tabela 1 – Valores de (*d*, *m*).

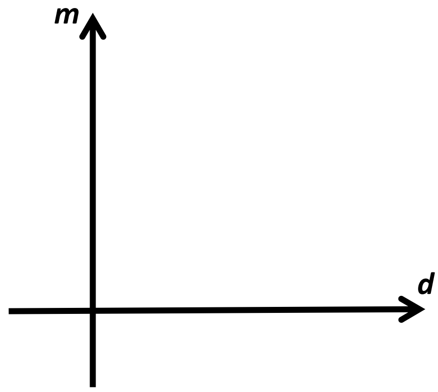
Figura 2: **Sistema Ortogonal Cartesiano – *d* x *m***



[I_e]: Observe as regularidades da *Tabela 1* e descubra a lei que associa o número de movimentos "***m***" em função do número de discos "***d***" *onde "**d**" figura como variável principal e "**m**" como variável secundária.* Discuta a experimentação com seus colegas e depois de chegar a um consenso, chame o professor e partilhe a conclusão do grupo com ele.

[I_e]: Esboce o gráfico correspondente à expressão ***m*(*d*)** que você descobriu na última Proposição Exploratória, considerando que a relação se estabelece agora de **R** em **R**, ou seja, *podemos tomar quaisquer valores reais para "d" e, submetendo esses valores na expressão isolada a partir da exploração de regularidades da Tabela 1, encontraremos os valores correspondentes de "m", também reais*. ***Observe que não estamos mais submetidos ao contexto restrito da TH que só permite para "d" os valores 1, 2, 3, 4, 5,6...***

Figura 3: **Sistema Ortogonal Cartesiano – *d* x *m***



[I_r]: O gráfico que você encontrou é uma parábola?

[I_r]: É uma reta?

[I_e]: Calcule o valor de "***m***" quando "***d***" for igual zero?

[I_e]: Calcule o valor de "***m***" quando "***d***" for igual a -1?

[I_e]: Calcule o valor de "***m***" quando "***d***" assumir respectivamente o valor de *– 2,   – 3, –10 e – 100*?

[I_r]**:** O que acontece com os valores de "***m***" quando os valores de "***d***" decrescem muito tendendo ao menos infinito?

[I_r]**:** É possível encontrar um valor de "***d***" para o qual "***m***" seja igual a –1? Justifique sua resposta.

[I_f]: A relação que você isolou (intuitivamente) a partir da TH que associa valores reais de "*d*" aos seus respectivos valores reais de "*m*" na qual a variável principal figura como expoente é denominada de função exponencial. A reta d = -1 é a assíntota da função exponencial esboçada de R em R e deve ser representada "pontilhada" para indicar a impossibilidade de obtermos $m = -1$.

***Aqui temos a consolidação da primeira* UARC!**

[IA_r]: Descubra a partir dos conhecimentos de analise gráfica para a determinação do domínio e imagem das funções polinomiais do primeiro e segundo graus, qual o domínio e a imagem da função exponencial descrita na **Figura 2**? Essa função é crescente ou decrescente?

[IA_r] Esboce o gráfico das seguintes funções exponenciais destacando para cada uma delas seus respectivos domínios, imagens, assíntotas, intersecção com o eixo y e se são crescentes ou decrescentes.

Tabela 02: **Funções**

Lei de Formação $y = f(x)$	Contexto Funcional
$y = 2^x$	***N em N***
$f(x) = 3^x$	***Z em Z***
$f(x) = 2^x$	***R em R***
$y = (\frac{1}{2})^x$	***R em R***
$y = (\frac{1}{3})^x$	***R em R***

Observe que *não há na sequência didática a Intervenção Avaliativa Aplicativa*. Essa é uma opção que cabe ao professor. Tudo depende dos objetivos definidos para aquele momento e de situações práticas como, por exemplo, o tempo disponível para aquele trabalho. Nesse caso fiz a *Intervenção Avaliativa Aplicativa* em outro momento.

5.2.2. A Torre de Hanói e a equação exponencial

Objetivo 1: Identificar as equações exponenciais oriundas da lei *m(d)* = $2^d - 1$ que descreve a relação funcional entre o número de discos "***d***" de uma Torre de Hanói (**TH**) e o número mínimo de movimentos "***m***" executados para transferi-la de um pino para o outro, quando realizamos a aplicação de **R** em **R**.

Objetivo 2: Explorar as possibilidades de se estabelecer solução para equações exponenciais a partir dos conhecimentos adquiridos na solução das equações do primeiro e do segundo graus, identificando a utilidade da propriedade de *potencias de mesma base* para a solução dessas equações.

Material Utilizado: Uma Torre de Hanói de madeira, caneta ou lápis, ficha instrucional com a sequência didática.

Não explicitei os códigos das intervenções que modelam a **UARC** para que o leitor tenha a oportunidade reconhecê-los ao longo do processo. Utilizo a nomenclatura **Atividades** que é bastante comum na estruturação de uma **SD**.

Procedimentos:

Atividade A. Considere a Função $\boldsymbol{m(d) = 2^d - 1}$, uma aplicação de **R** em **R**, que surgiu no desenvolvimento das atividades da **TH** que exploramos na aula passada. Utilizando para os valores de "***m***" apenas os números de movimentos que transferiu a **TH** de um pino para o outro, conforme ilustrado a seguir, Isole o valor de "***d***" em cada uma destas igualdades.

Quadro 01: **Funções**

$\mathbf{1} = 2^d - 1$
$\mathbf{3} = 2^d - 1$
$\mathbf{7} = 2^d - 1$
$\mathbf{15} = 2^d - 1$
$\mathbf{31} = 2^d - 1$

R: ____

Atividade B. Se não foi possível na **Atividade A** isolar o valor de "***d***" utilizando os recursos algébricos conhecidos, reflita com seus colegas *em que condições, por exemplo, considerando x e y números reais, 3^x é* igual a 3^y? Em outros termos, em que condições duas potenciações de mesma base podem ser iguais?

Sugestão: Faça simulações substituindo valores arbitrários para *x* e *y* e procure descobrir, por tentativa, alguma regularidade nestas desigualdades de bases iguais. Compartilhe após discutir com seus colegas suas conclusões com o professor.

R: ____

Atividade C. Utilize os resultados obtidos ate aqui e, retornado as igualdades cujos termos desconhecidos eram expoentes tabelados no Quadro 01; $2^d - 1 = 1$; $2^d - 1 = 3$; $2^d - 1 = 7$; $2^d - 1 = 15$ e $2^d - 1 = 31$, **descubra o valor de "*d*" em cada uma dessas igualdades**.

Sugestão: transforme cada uma dessas igualdades em igualdades de potencias de mesma base. Discuta com seus colegas e partilhe seus resultados com seu professor

R: ____

Observação: Após a exploração das regularidades envolvidas na manipulação dessas, quais sejam, $2^d - 1 = 1$; $2^d - 1 = 3$; $2^d - 1 = 7$; $2^d - 1 = 15$ e $2^d - 1 = 31$, que determinam os valores crescentes de "**d**" (1,2,3,4,5) que correspondem respectivamente ao número de discos utilizados na **TH**, o professor enunciara a **Intervenção Formativa** que consolida a **UARC** pretendida.

Nunca é demais ressaltar que a apresentação dessas intervenções que revestem de formalização os padrões (re)descobertos pelos alunos sob a orientação do professor a partir das provocações da **SD** proposta sempre estará sofrendo das adaptações sugeridas pelas transposições didáticas.

Muito embora as primeiras intervenções procurem estabelecer as relações de aprendizagem num processo "passo a passo" rumo à consolidação das unidades articuladas de reconstrução conceitual no prosseguimento deve-se incluir atividades como disponibilizadas a seguir.

Atividade D. Descubra uma forma de solucionar cada uma das equações abaixo, considerando **U** = **R**.

a) $3^{x^2-3x-4} = 81$

b) $(\frac{1}{2})^{x^2-4} = 8^{x+2}$

c) $2^x + 2^{x-1} = 12$

d) $3^{x-2} + 3^{x+1} = 84$

e) $3^{2x} + 3^x = 6$

f) $4^{x+2} - 3.2^{x+3} = 160$

Atividade E. Considere **f(x)** = $(\frac{4}{5})^{4x^2-x}$ e **g(x)**= $0{,}8^{3x+1}$, aplicações de **R** em **R**. Investigue e descubra para que valores de x, **f(x) = g(x)**.

6. MAS AFINAL O QUE É UMA UARC?

Nesse contexto o que efetivamente eu estou chamando de *unidade articulável de reconstrução conceitual* (**UARC**)?

Acredito que as *sete categorias* que criei (seis escritas e uma oral) dão conta de consolidar uma estrutura mínima funcional para as sequências didáticas voltadas para o ensino de Matemática conforme exemplifiquei acima. As seis categorias estruturantes escritas podem ser classificadas em *pré-formais, formais e pós-formais*.

Dentre as *Intervenções Estruturantes pré-formais* estão: *a* ***Intervenção Inicial*** (até esse ponto apresentei e exemplifiquei a ***Modalidade Exploração Potencial***); *a* ***Intervenção Reflexiva*** e *a* ***Intervenção Exploratória***. É justamente na confluência dessas duas modalidades de intervenções (***Reflexiva*** e ***Exploratória***) que, sob orientação do professor, o aluno é estimulado a *levantar hipóteses, fazer conjecturas, realizar simulações, experimentações e observações com a finalidade de perceber certas regularidades (padrões) que possibilitam o estabelecimento de generalizações a partir de uma perspectiva empírico-intuitiva*.

Quando o professor percebe que os alunos começam a chegar a certas conclusões generalizantes é hora de organizar essas afirmações produzidas pelos alunos e, nesse momento, a Sequência Didática deve incluir a ***Intervenção Formativa*** cujo objetivo é revestir os *argumentos empírico-intuitivos generalizantes* produzidos pelos alunos do rigor formal da linguagem matemática.

É justamente na consolidação das Intervenções Formais que as UARC's têm o seu ciclo completado. Cada ***UARC é, portanto, definida pelo conjunto de argumentações empírico-intuitivas construído por todas as Intervenções Estruturantes pré-formais que antecedem e inclui alguma Intervenção Formalizante.*** *Em outros termos*, cada ***Intervenção Formalizante*** estabelece um recorte argumentativo unitário que, em tese, contribuiu/estimula a reconstrução de um conceito do saber matemático escolar e, além disso, armazena a história epistemológica dessa reconstrução.

É justamente esse armazenamento epistemológico que guarda as informações genéticas do material interativo promovido pela Seqüência Didática aplicada e que associado às inclusões das ações reguladoras adotadas pelo professor no sentido de manter a objetividade do processo de reconstrução que nos permitem avaliar não apenas os resultados apreendidos, mas, sobretudo os processos que os tornaram possíveis.

Estou convencido que esse recorte argumentativo traduzido pelo construto teórico da UARC guarda em si a história genética do processo ensino-aprendizagem no contexto das múltiplas interações diretivo-dialógicas promovidas por uma sequência didática especifica.

Esse armazenamento de informações genéticas (vistas em sua origem e em processo de reconstrução) trazido pelas UARC's acaba abrindo *três campos de investigação*: uma sobre ***o processo de aprendizagem*** *(indícios de aprendizagem dos alunos em suas manifestações escritas e/ou orais)*, uma sobre ***o design argumentativo da sequência didática*** (organização sistêmica dos argumentos matemáticos) e, por fim, uma sobre a *capacidade diretivo-dialógica do professor* (modulação de intervenções orais de manutenção objetiva).

Não tenho dúvidas de que os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural em Vygotsky com o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP) aplicado nos cenários didáticos de interações verbais em sala de aula, bem como a Análise do Discurso, o Paradigma Indiciário e a Análise Microgenética serão importantes aliados para a consolidação das **UARC's** enquanto construto teórico que pretende modular a estrutura e funcionamento mínimos de uma Sequência Didática.

7. INTERVENÇÃO INICIAL NA MODALIDADE "CONEXÃO PONTUAL" (I_I – CP)

Essa modalidade a ***Intervenção Inicial*** **[I_i]** é apresentada a partir de um comando dado ao aluno que é estimulado a realizar um procedimento pontual *sem uma relação aparentemente direta com o objeto conceitual em processo de reconstrução*.

As habilidades exigidas para a realização desse procedimento pontual podem ser esperadas a partir dos conhecimentos prévios dos alunos – *o professor pode checar isso antes* – ou a partir de *informações modelos* sugeridas nos comandos fornecidos aos alunos.

Em termos gerais a partir dessa ***Intervenção Inicial*** concebida na modalidade ***"Conexão Pontual"*** **[I_i – CP]** *que* será adotado pelo professor um conjunto finito de comandos procedimentais pontuais como os elos interligados de uma corrente. Cada procedimento operacional solicitado ao aluno deve estar irremediavelmente ligado ao procedimento anterior. *A conexão de **n** procedimentos pontuais cria, em tese, condições para a percepção de regularidades e do estabelecimento de generalizações empírico-intuitivas fundamentais no processo de aprendizagem do pensamento matemático*.

As ações pontuais individualmente não têm a potencialidade para a redescoberta objetivada pela Sequência Didática, mas conectadas uma as outras se potencializam e, no desenvolvimento de um *n-ésimo procedimento pontual,* o aluno se vê diante o objeto cujo conceito de pretende reconstruir.

Todas as Intervenções que descreveram a modalidade "**Exploração Potencial**", conforme a descrevi anteriormente, também são utilizadas nessa modalidade "**Conexão Pontual**". A diferença entre as duas modalidades está justamente na capacidade exploratória da Intervenção Inicial.

Estou disponibilizando aqui parte de uma Sequência Didática escrita na perspectiva da *Conexão Pontual* para ilustrar o modelo. Utilizei essa estrutura em 2011, com os alunos do nono ano, no Laboratório de Educação Matemática da Escola Tenente Rêgo Barros (LEMIP).

7.1. SEQUENCIAS ESTRUTURADAS – PARTE B

A seguir estou sugerindo uma *sequência didática* estruturada a partir de uma *Intervenção Inicial* utilizada na modalidade de *Exploração Potencial*. Utilizei essa sequência didática pela primeira vez em 2005 no Laboratório de Educação Matemática *Prof. Inácio Pantoja* (LEMIP) da Escola Tenente Rêgo Barros (ETRB).

7.1.1. Título: O Completamento de Quadrados

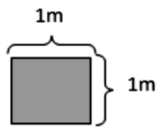
Objetivo 1: *Reconhecer* que as expressões do tipo $\mathbf{x^2+ b.x}$ com **x** e **b** reais positivos podem ser associadas, em termos geométricos, à medida da área de um quadrado acrescida medida da área de um retângulo.

Objetivo 2: *Identificar* a relação entre o valor que deve ser acrescentado às expressões do tipo $\mathbf{x^2+ b.x}$ com **x** e **b** reais positivos a fim de que a expressão resultante possa ser associada, em termos geométricos, á media da área de um quadrado e o valor do coeficiente de **x** na expressão $\mathbf{x^2+ b.x}$ com **x** e **b** reais positivos.

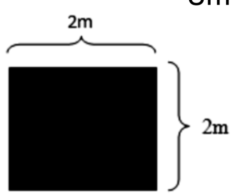
Material Utilizado: Caneta ou lápis e a ficha instrucional com a sequência didática.

Procedimentos:

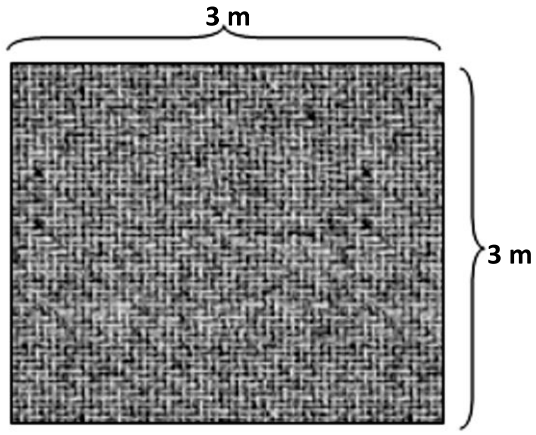
[I_i – CP] ÁREA DO QUADRADO: Observe os modelos planos a seguir, suas descrições e complete os espaços pontilhados nas demais descrições.



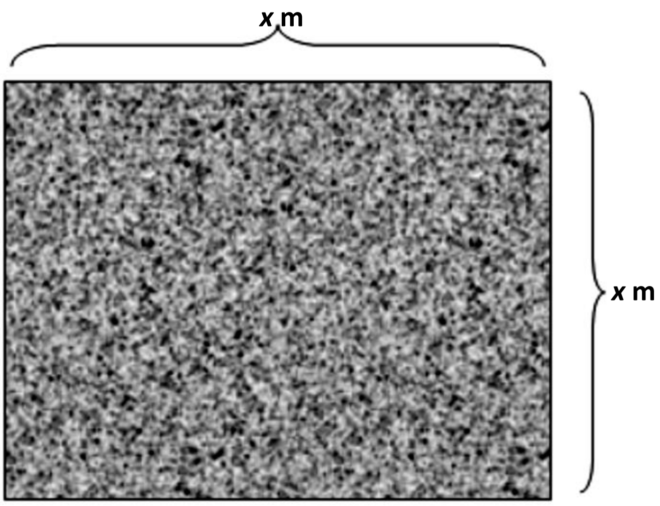
Um quadrado de lado **1m**, tem medida de área igual a **1m²**.



Um quadrado de lado **2m**, terá medida de área igual a...



Um quadrado de lado **3m**, terá medida de área igual a...



Um quadrado de lado ***x*** **m**, terá medida de área igual a...

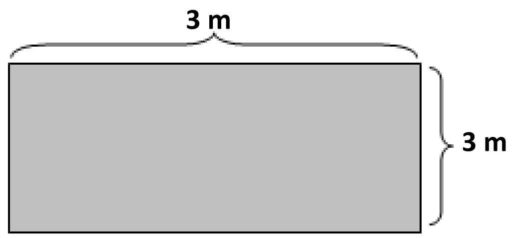
O aluno não tem ideia de que ao adotar os *procedimentos sugeridos* está criando, paulatinamente, as condições cognitivas para que, numa n-ésima intervenção dirigida pela Sequência Didática, ele compreenda o significado do dispositivo de completamento de quadrados a partir da expressão do tipo $x^2 + bx$ $(b \neq 0)$.

Essa Intervenção Inicial não é dada por um problema, mas por um comando simples que eu chamo de *procedimento tem curta duração*. O envolvimento do aluno apenas com esse primeiro procedimento não é suficiente para reconstrução do conceito pretendido pela Sequência Didática em andamento.

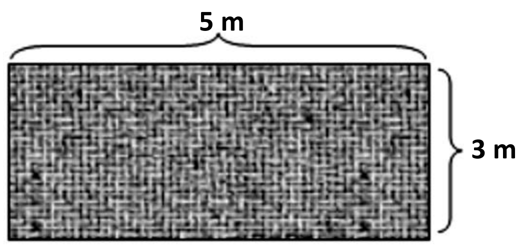
A concepção dessa modalidade é que seja proposto, na verdade, um conjunto desses procedimentos pontuais e, à medida que a quantidade desses procedimentos vai avançando, numa n-ésima etapa, as *regularidades* e *generalizações* sejam operadas e o processo de reconstrução se configure.

[I_e – CP] ÁREA DO RETANGULO: Observe os *modelos* planos a seguir, suas dimensões e complete as afirmações abaixo:

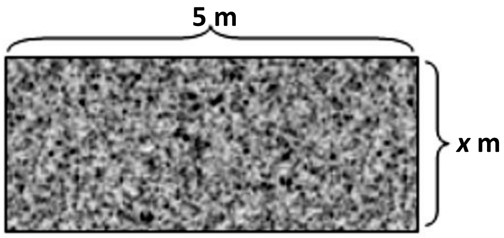
Modelos:



Um retângulo de dimensões **4 m** por **3 m** terá medida de área igual a...



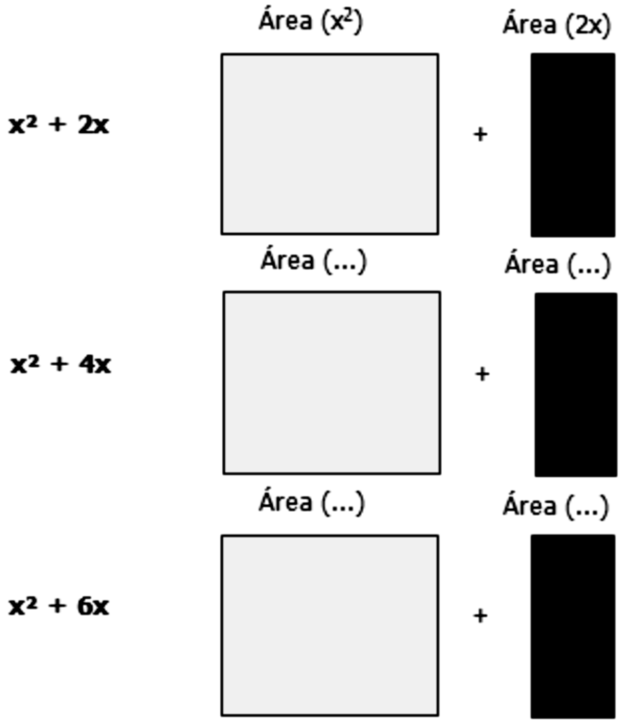
Um retângulo de dimensões **5 m** por **3 m** terá medida de área igual a...

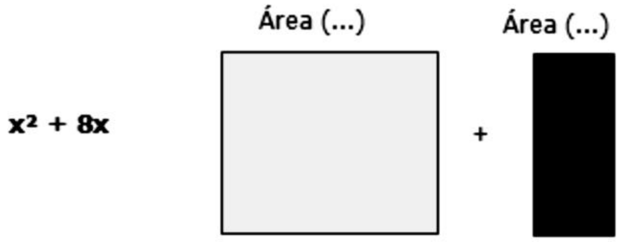


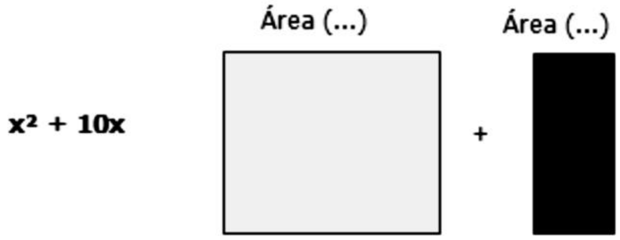
Um retângulo de dimensões **5 m** por ***x* m** terá medida de área igual a...

[I_e – CP] SOMA DAS MEDIDAS DE ÁREAS: Observe o modelo a seguir e complete os espaços pontilhados.

Modelos:

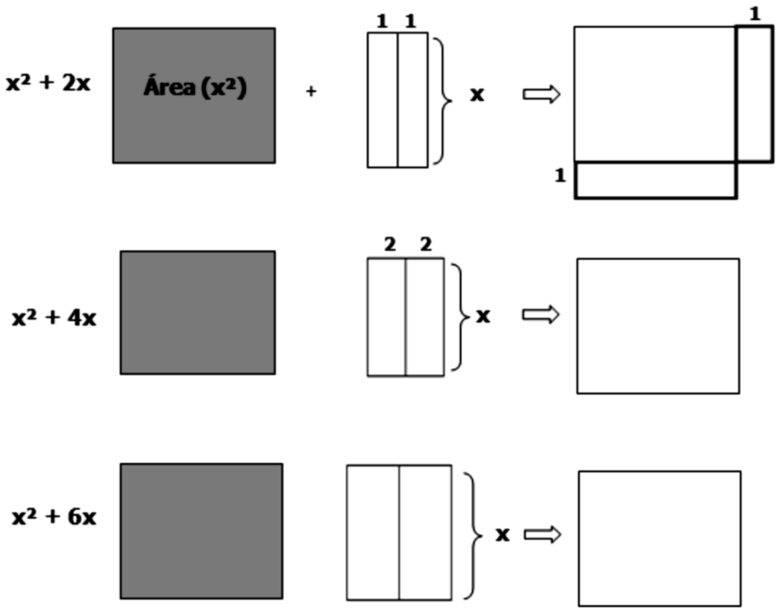




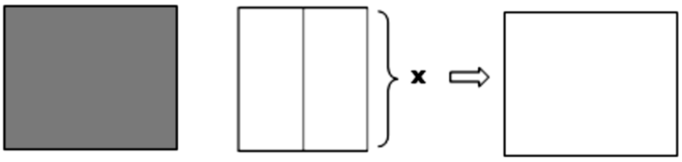


[I$_e$- CP] DECOMPOSIÇÃO E REPOSIÇÃO DE FIGURAS PLANAS: Observe as decomposições dos retângulos e os reposicione conforme o modelo a seguir.

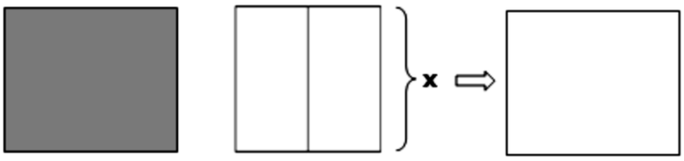
Modelos:



$x^2 + 8x$



$x^2 + 10x$



[I$_r$ – CP] As figuras planas que surgiram após as reposições realizadas são quadrados?

[I$_r$ – CP] Que figura plana pode ser acrescentada a cada uma das figuras obtidas nos reposicionamentos para transformá-las em quadrados?

[I$_e$- CP] SOMA DE ÁREAS E COMPLETANDO OS QUADRADOS: Qual o valor que devemos acrescentar respectivamente a cada uma das expressões: $x^2 + 2x$; $x^2 + 4x$; $x^2 + 6x$; $x^2 + 8x$ e x^2+10x, afim de que cada uma dessas expressões venha representar, em termos geométricos, a área de um quadrado?

Sugestão: Para facilitar sua observação preencha o quadro conforme o modelo abaixo.

EXPRESSÃO DADA	VALOR ACRESCENTADO (C)	RELAÇÃO ENTRE "C" E O COEFICIENTE DE "x"
$x^2 + 2x +$	C = 1	
$x^2 + 4x +$		
$x^2 + 6x +$		
$x^2 + 8x +$		
$x^2 + 10x +$		

I$_f$ – CP] A expressão x^2 + **b.**x pode ser representada, em termos de áreas, como a soma da área de um __________ de lado _____ mais um retângulo de dimensões ______ e ______ .Também podemos pensar na expressão x^2 **+ b.*x***, em termos de área, como sendo a soma da área de um __________ de lado ____ mais as áreas de dois retângulos de dimensões ____ e ____. **O valor que devo acrescentar a expressão x^2 + b.*x*, para transformá-la, em termos de área, num** __________ é ________, ou seja, **metade do valor coeficiente de** ____________, **elevado ao** __________.

Aqui temos a constituição da nossa primeira **UARC!**

[IA_r] Complete os quadrados nos seguintes casos:

EXPRESSÃO DADA	VALOR ACRESCENTADO (C)	RELAÇÃO ENTRE "C" E O COEFICIENTE DE "*x*"	ÁREA DO QUADRADO COMPLETADO
$x^2 + x +$			
$x^2 + 2x +$			
$x^2 + 3x +$			
$x^2 + 5x +$			
$x^2 + 7x +$			
$x^2 + mx +$			

A seguir apresentamos outra sugestão de **SD em construção** sob a ótica das unidades articuladas de reconstrução conceitual (UARC) também dentro do mesmo modelo de *Conexão Pontual* na qual adicionei vários comentários do pensamento que para dar ao o leitor a oportunidade de codificar os comandos de acordo com as diversas categorias de intervenções propostas.

7.1.2. Título: Produtos de Frações

Objetivo Geral: redescobrir o algoritmo para a multiplicação de frações.

Procedimentos:

Transforme os produtos em soma de parcelas iguais.

Objetivo: transformar o "**produto**" de números naturais em "**soma**" de naturais explorando a propriedade *comutativa*.

a) $3 \times 2 =$ _____ ou $2 \times 3 =$ _____
b) $5 \times 3 =$ _____ ou $3 \times 5 =$ _____
c) $4 \times 5 =$ _____ ou $5 \times 5 =$ _____

Faça a leitura dos seguintes produtos conforme o modelo.

Objetivo: Identificar a relação da palavra "**vezes**" que traduz a operação de produto, com a partícula "**de**". É preciso sintetizar a relação que substitui os símbolos de "***x***" com a partícula "**de**".

a) 3 x 2; lê-se: *Três **vezes** dois* ou 3 x 2; lê-se: *O triplo **de** dois*.
b) 5 x 3; lê-se: ______________ ou 5 x 3; lê-se: ____________________
c) 7 x 4; lê-se: ______________ ou 7 x 4; lê-se: ____________________
d) 5 x 2; lê-se: ______________ ou 5 x 2; lê-se: ____________________
e) 3 x 7; lê-se: ______________ ou 3 x 7; lê-se: ____________________
f) 7 x 2; lê-se: ______________ ou 7 x 2; lê-se: ____________________
g) 2 x 3; lê-se: ______________ ou 2 x 3; lê-se: ____________________
h) 3 x 5; lê-se: ______________ ou 3 x 5; lê-se: ____________________

Utilize a ideia de "dobro", "triplo", "quádruplo"[8] (...) e a representação de fração pelas "barrinhas" para determinar o valor dos seguintes produtos, conforme os modelos abaixo.

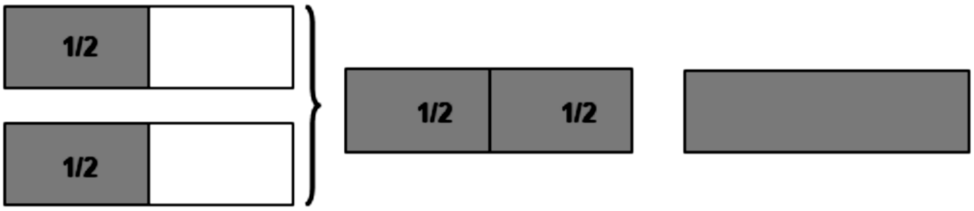
Objetivo: Levar o aluno a significar o produto de um natural por uma fração própria e a comutatividade desta situação operacional.

a) 2 x $\frac{1}{2}$; **lê-se**: " O dobro de $\frac{1}{2}$; **significa**: $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$, **que é igual a**: $\frac{2}{2}$, **que é igual a**: 1.

Utilizando as "barrinhas" temos:

---

[8] Utilizar o resultado discutido na articulação 1 que possibilita transformar o produto de dois termos numa soma que tem um dos fatores como parcela que se repete o número vezes que corresponde ao outro fator.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

b) $\frac{1}{3}$ x 4 ; lê-se: "*Um terço de* 4" ou "*O quádruplo de* $\frac{1}{3}$".

Significa[9]:

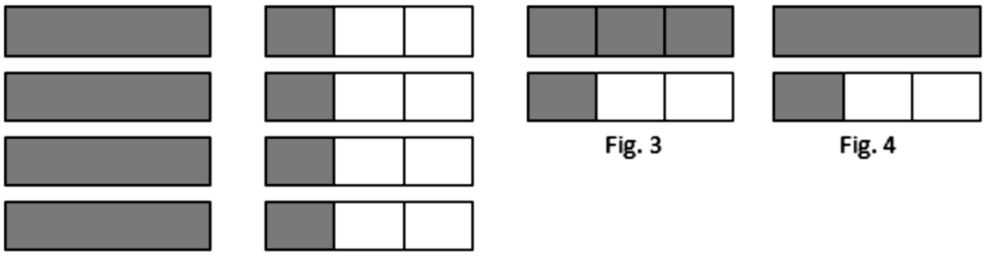


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

ou

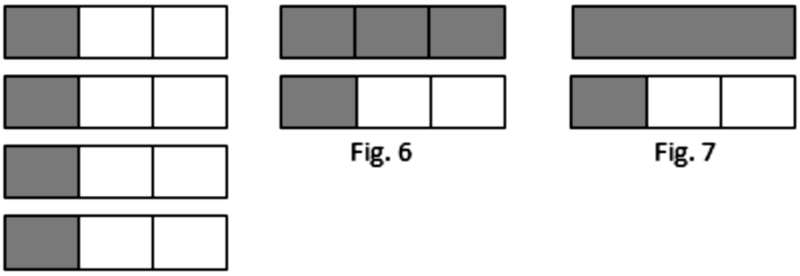


Fig. 5 Fig. 6 Fig. 7

[9] Aqui o professor pode explorar as ideias implícitas nas duas formas de leitura.

As Figuras de 1 à 4 encerram o primeiro significado – "*um terço de quatro unidades*" – e as Figuras de 5 à 7 encerram o segundo significado, qual seja: "*O quádruplo de um terço*". No primeiro significado o professor deve enfatizar que se pretende determinar uma parte (um terço) de quatro unidades.

Assim é necessário levar o aluno a visualizar inicialmente as quatro unidades (Fig. 1). Retirar "um terço" dessas "quatro unidades" significa retirar "um terço" de cada uma das quatro "barrinhas" que representam as unidades (Fig. 2). Reunindo "um terço" de cada uma das quatro "barrinhas", temos "três terços" e mais um "terço" (Fig. 3), e, finalmente, na Fig. 4 os "três terços" formam uma "barrinha" completa (unidade) e mais "um terço" da "barrinha".

É importante focalizar com os alunos o resultado obtido: **1/3 de 4 é igual a (1 + 1/3)**. Aqui estamos considerando que os alunos operam a adição e, portanto poderão chegar sem dificuldade ao resultado final que é 4/3.

As Figuras de 5 à 7 devem ser utilizadas como aporte visual para dar significado à segunda leitura: "O quádruplo de 1/3". Esta ideia é mais imediata. Aí o professor deve rememorar com o aluno o fato já tratado na articulação – 2, transformando o produto numa soma de parcelas iguais a 1/3 (Fig. 5).

Reunindo as 4 parcelas teremos "quatro" porções de "um terço" distribuídas em duas partes. Três porções juntas e uma separada (Fig. 6). Finalmente a Fig. 7 traduz a ideia de que teremos um total de uma unidade (barrinha completa) e mais uma porção de um terço desta unidade (1 + 1/3).

Aqui o professor deve sugerir ao aluno uma pequena lista com algumas atividades contendo sempre o produto de um natural por uma fração própria e vice-versa.

Posteriormente após a consolidação desse primeiro olhar sugerimos como primeira atividade o cálculo de $\frac{1}{2} x \frac{1}{3}$.

Objetivo: explorar a regularidade que ocorre no produto de duas frações próprias de numeradores unitários no sentido de generalizar o que está ocorrendo, sobretudo, entre seus denominadores.

Aqui temos outra particularidade. As duas frações além de próprias possuem numeradores unitários. Assim o professor deve levar o aluno a focalizar a possibilidade de substituir o sinal de vezes (**x**) que identifica a operação de multiplicação pela partícula "**de**".

A leitura da nova expressão traduz a ideia que multiplicar duas frações, nestas condições, significa, na verdade, obter uma fração de fração – um "pedaço" de outro "pedaço". No nosso exemplo, a "metade" de "um terço".

É importante neste momento que o professor dê ênfase e instigue o aluno a perceber a necessidade de representar primeiramente "um terço" para, posteriormente, discutir uma estratégia para se obter a sua "metade". O aporte visual das "barrinhas" aqui se torna mais uma vez significativo.

Além disso, focalizar a dificuldade que ele teria – *o aluno* – de transformar o produto em uma soma de parcelas iguais. Seguindo a concepção oriunda do produto com naturais, ele deveria multiplicar o 1\2, exatamente 1\3 de vezes ou vice-versa, o traria uma dificuldade de significação.

O uso da partícula "**de**" da forma como foi articulada me parece uma boa alternativa. Assim, representando "um terço" primeiramente temos:

Fig. 10

Precisamos agora obter a "metade de um terço".

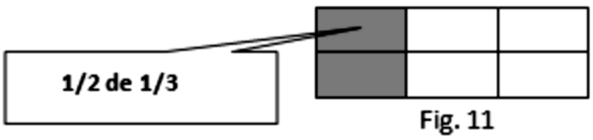


Fig. 11

Finalmente o professor chama atenção dos alunos de que a "porção" encontrada que representa "metade de um terço" corresponde a que "porção" *da figura toda – unidade*?

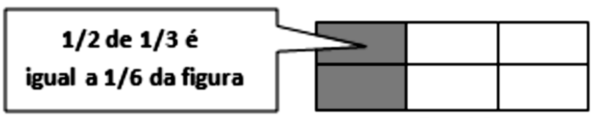


Fig. 12

Aqui o professor deve explorar bem o resultado encontrado.

Vejamos:

$\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$; se lê "a metade de um terço", é igual a $\frac{1}{6}$.

$$\boxed{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \; de \; \frac{1}{3} = \frac{1}{6}}$$

Aqui o professor deve sugerir algumas atividades que envolvam necessariamente o produto de duas frações nestas condições específicas**.** O algoritmo que determina o produto de frações já pode ser parcialmente investigado a partir da sequência de atividades sugeridas pelo professor.

O aluno deve ser instigado a perceber a regularidade que ocorre entre os termos das frações que são os "fatores" da multiplicação e os termos da fração "produto" que soluciona a operação. Esse é um dos momentos "mágicos" numa modalidade de ensino que está focada sobre a construção partilhada – *em colaboração* – entre professor e alunos. Valoriza-se a intuição, o levantamento de hipóteses e as simulações que fundamentam os primeiros trabalhos rumo às generalizações[10].

Nesse ponto sugerimos que a atividade envolva o produto de duas frações próprias considerando que uma delas tenha numerador diferente da unidade com aporte visual das "barrinhas".

Objetivo: Identificar a regularidade que ocorre entre os termos das frações que se multiplicam "fatores" e os termos da fração "produto".

Aqui sugerimos inicialmente dois exemplos.

O primeiro exemplo é $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{4}$. Seguindo a concepção das argumentações anteriores, temos:

[10] A literatura recomenda este tipo de ensino focado sob um discurso dialógico sob a perspectiva da psicologia histórico cultural a partir dos pressupostos de Vygotsky.

Primeiramente temos $\frac{2}{4}$

Fig. 13

e, posteriormente,

Em segundo lugar, $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{4}$

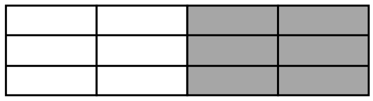


Fig.14

Aqui o professor deve explorar bem o resultado encontrado. Vejamos:

$\frac{1}{3}$ x $\frac{2}{4}$ = $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{4}$; se lê "um terço de um quarto", é igual a $\frac{2}{12}$.

$$\boxed{\frac{1}{3} \text{x} \frac{2}{4} = \frac{1}{3} \text{ de } \frac{2}{4} = \frac{2}{12}}$$

O segundo exemplo é sugerir que os alunos façam a permuta dos fatores, ou seja, que efetuem a multiplicação: $\frac{2}{4}$ x $\frac{1}{3}$.

A próxima etapa da SD deve abordar o produto de uma fração própria de numerador unitário por uma fração imprópria com aporte visual das "barrinhas"

Objetivo: Levar o aluno a determinar o produto de uma fração própria (denominador unitário) por uma fração imprópria e vice-versa mediante o aporte visual das "barrinhas".
Aqui sugiro inicialmente os seguintes exemplos:

Em primeiro lugar: $\frac{1}{2}$ x $\frac{4}{3}$ = **?**

Visualizando $\frac{4}{3}$, temos que:


Fig. 15


Fig. 16

Visualizando agora $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{3}$, temos:


Fig. 17

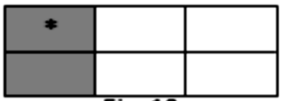


Fig. 18

O resultado nos mostra que a "***metade de quatro terços***" corresponde a "***três sextos***" –**fig.17** - e mais "***um sexto***" – **fig.18** - Temos então "**três sextos**" mais "um **sexto**" um total de "**quatro sextos**".

Assim: $\boxed{\frac{1}{2} \text{ x } \frac{4}{3} = \frac{1}{2} \text{ de } \frac{4}{3} = \frac{4}{6}}$

Em segundo lugar sugira aos alunos que façam a permuta dos fatores, ou seja, que efetuem o produto $\frac{4}{3}$ x $\frac{1}{2}$ = **?**

Ainda sugerimos em terceiro lugar $\frac{5}{4}$ x $\frac{1}{3}$, e, posteriormente a permuta, sempre utilizando como aporte visual as "barrinhas".

A última etapa sugerida para a composição da SD é a resolução do produto de uma fração imprópria por outra fração imprópria utilizando o aporte visual das "barrinhas".

Objetivo: Levar os alunos a generalizar o algoritmo que determina a operação de multiplicação de duas frações.

Sugerimos assim a resolução de $\frac{5}{4} \text{x} \frac{3}{2}$ e, posteriormente deixar para os alunos: $\frac{3}{2} \text{x} \frac{5}{4}$ que envolve uma situação similar e verifica a comutatividade do produto. Vejamos:

Visualizando $\frac{3}{2}$, temos:

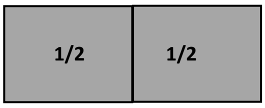


Fig. 19

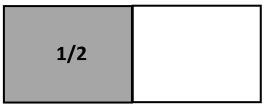


Fig. 20

Observe os cortes verticais...

Visualizando $\frac{5}{4}$ de $\frac{3}{2}$, temos:

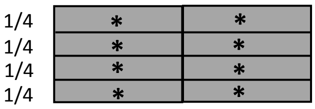


Fig. 21

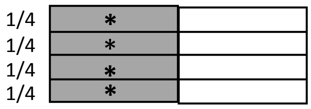


Fig. 22

Observe os cortes na horizontal...

As figuras **21** e **22** totalizam **4/4 de 3/2.** Ainda devemos acrescentar **¼** de cada uma das "porções" definidas pelas figuras que representam os **3/2**. Há, portanto, a necessidade de se refazer as figuras **21 e 22** e, de cada uma delas, *retirar novamente* **¼**.

Fig. 23

Fig. 24

É importante levar o aluno neste ponto a perceber que a representação de $\frac{5}{4}$ de $\frac{3}{2}$ necessitou a utilização de "*quatro barrinhas*" conforme as figuras **21**, **22**,**23** e **24**, cada uma delas dividida em **8**

porções iguais[11] , o que nos leva a considerar que cada uma das "porções" definidas pelos "asteriscos" representam exatamente 1/8 de cada uma das "barrinhas".

Este fato precisa necessariamente ser percebido pelos alunos, pois neste ponto, a generalização do algoritmo que define a operação entre duas frações está sendo consolidada de modo bem significativo com este exemplo.

O desafio agora é levar os alunos a somar as "porções" definidas pelos "asteriscos" o que pode ser feito a partir das figuras **21** à **24**.

Observe:

Figura	Fração Parcial
21	**8/8**
22	**4/8**
23	**2/8**
24	**1/8**
Fração Total	**15/8**

O professor deve explorar bem este último resultado. Após todas as tentativas anteriores de levar os alunos a perceber regularidades e estabelecer a generalização o algoritmo que determina o produto de duas frações, acredito que neste ponto do trabalho, as possibilidades de convencimento[12] serão bem mais amplas.

Temos assim que:

$$\boxed{\frac{5}{4} \text{ de } \frac{3}{2} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}}$$

Aqui sugerimos ainda o cálculo mediante representação das "barrinhas" do produto $\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}$ que verifica a comutatividade e desafia os alunos a ratificar sua compreensão sobre as articulações já estabelecidas.

[11] Já definida como partes que guardam entre si a propriedade de possuírem mesma medida de área.

[12] O objetivo não é estabelecer uma demonstração no sentido mais rigoroso da palavra, mas no sentido de estabelecer certas articulações que não "firam" a matemática como disciplina formal, mas que ao mesmo tempo possibilitem ao aluno a reconstrução mais significativa do produto de frações que esteja um pouco além do simples estabelecimento inicial do algoritmo sem qualquer explicação prévia.

Além desta atividade também sugerimos como avaliação final mais duas situações:

a) $\frac{1}{2} x \frac{1}{2} x \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2} x \frac{1}{3} x \frac{1}{4}$

Estas duas atividades podem também ser utilizadas para exploração da associatividade da multiplicação entre as frações. Após a exploração dessas regularidades o ambiente para a apresentação da *Intervenção Formativa* estará bastante estimulado consolidando assim a **UARC** cujo objetivo era estabelecer o algoritmo que utilizamos para efetuar o produto entre duas frações quaisquer.

8. EXPERIÊNCIAS QUE PROMOVEM EXPERIÊNCIAS: A GRADUAÇÃO E O MESTRADO PROFISSIONAL

Todas as atividades estruturadas que eu apresentei até aqui foram experiências que eu construir e apliquei ainda como professor de Matemática tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio da Escola Tenente Rêgo Barros.

Minha experiência nesses níveis de Ensino, sobretudo, no Nível Fundamental, consolidou a convicção de que a capacidade exigida dos professores, pela natureza obvia do seu labor de se tornarem inteligíveis para nossos alunos é uma tarefa complexa, por vezes, tangenciando a zona do impossível!

Tornar-se "inteligível" consiste, sobretudo, em que o professor vença o *discurso egocêntrico* no sentido adequar suas intervenções de ensino às capacidades de aprendizagem da criança, ter interesse por sua aprendizagem e perceber suas limitações de atenção, motivação e aprendizagem. E isso não é, definitivamente, uma tarefa fácil. Acredito que a grande dificuldade desse complexo processo gire em torna das noções abstratas da linguagem matemática, e geral, a opção de ensino, infelizmente, se volta para a repetição com ênfase na memorização de algoritmos.

A capacidade de elaborar uma SD é uma necessidade de aprendizagem para o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática. Ao longo dos últimos 9 anos tenho tido a oportunidade de ministrar as disciplinas de Instrumentação de Ensino I e II do núcleo curricular obrigatório do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), fomentado, sobretudo, entre os futuros professores, a produção de textos didáticos organizados sob diversas óticas didáticas.

Disponibilizo a seguir parte de duas Sequencias Didáticas elaboradas em regime de colaboração com alunos da UEPA, ambas sob minha orientação. A *primeira* desenvolvida em nível de graduação construída para o ensino do conceito de *função* e, a *segunda*, em nível de mestrado, construída para o ensino de *proporção*.

São sequências em processo de construção que certamente ainda poderão sofrer modificações até a fase de experimentação, mas que podem dar, em certa dimensão, uma ideia de como essas produções textuais podem se tornar objetos de conhecimento na formação inicial e continuada de professores de Matemática.

8.1. SEQUENCIAS ESTRUTURADAS – PARTE C

Assim apresento, a partir desse ponto, a SD produzida em nível de graduação durante a realização da disciplina de *Instrumentação II* em regime de colaboração com o *Lucas Benjamin Barbosa Souza.* A atividade foi estruturada a partir de dois objetivos, quais sejam.

8.1.1. Noções preliminares de Função

Objetivo 1: Estabelecer as idéias de variáveis dependentes e independentes a partir de uma relação aritmética de variação entre duas grandezas.

Objetivo 2: Estabelecer a noção de Domínio, Contradomínio e Imagem, articulando para isso as seguintes intervenções organizadas em duas partes.

Parte I:

[I_i – EP]: Marcos foi no "Point do açaí" a mando de sua mãe comprar açaí para sua família. Lá ele se deparou com uma tabela com incompleta apresentada a seguir.

"Point do Açaí"	
Preço do Litro	
Litros (L)	**Preço (P)**
1	R$ 12,00
2	
3	

[I_e]: Calcule o preço pago por Marcos ao comprar *2 litros de açaí*. Em seguida complete na tabela.

[I_e]: Calcule o preço pago por Marcos ao comprar *3 litros de açaí*. Em seguida complete na tabela.

[I_e]: Calcule o preço pago por Marcos ao comprar *10 litros de açaí*.

[I_e]: Determine quanto seria o preço **P** pago por Marcos se ele desejasse comprar uma quantidade de **L** *litros de açaí*.

[I_e]: Podemos reescrever o preço a ser pago, por exemplo, por 2 litros da seguinte forma: R$ 24,00 = 2 × R$ 12,00. Faça o mesmo processo para 3 litros, 10 litros e par "**L**" litros.

[I_r]: O que você percebe da atividade anterior em *relação ao valor pago* por uma determinada quantidade de açaí?

[I_e]: Ao longo dessas atividades relacionamos variações para duas *grandezas*, identifique-as.

[I_r]: Você consegue observar alguma *dependência numérica (relação aritmética)* entre essas duas grandezas? Como a variação numérica de uma interfere na variação da outra? É possível estabelecer uma igualdade que expresse essa relação de variação?

[I_f]: Percebemos nessa atividade que há um padrão de variação entre as duas grandezas observadas. Assim podemos dizer que o preço P a ser pago por Marcos depende do número de litros L comprado por ele. A *relação de dependência* entre essas duas grandezas pode ser expressa algebricamente da seguinte forma:

$$\mathbf{P = 12 \times L}$$

Dizemos então que o preço P e a quantidade de litros L estabelecem entre si uma relação aritmética na qual P e L recebem a designação de *variáveis*. Chamamos P é a variável dependente da relação, pois depende do número de litros L, que recebe, por sua vez, a designação de variável independente da relação.

Para cada valor assumido por L, existe um único valor correspondente de P, de tal modo que o par (L, P) é um elemento da relação estabelecida e a expressão **P = 12 x L** é chamada, por sua vez, de *lei de formação* dessa relação.

Observação: Aqui se consolidada a primeira UARC com a apresentação da intervenção formativa pela primeira vez. Cada intervenção formativa posterior consolida uma nova UARC.

Vale dizer que os alunos serão estimulados pelo conjunto articulado das *Intervenções Exploratórias* e *Reflexivas*, além das Intervenções Orais de Manutenção Objetivas, conforme as concebi, a verbalizar as formas de organização do pensamento em relação aos objetos de conhecimento que estão sendo paulatinamente reconstruídos.

É justamente nesse *palco dinâmico de estimulação atitudinal* entre o aluno, professor e o saber a ser reconstruído que as unidades articuladas de reconstrução conceitual devem ser consolidadas. Nesse sentido, o saber se materializa tanto nas argumentações apresentadas de forma escrita que é a SD ou parte dela, conforme é, em geral, é reconhecido, quanto no conjunto dirigido pelas intervenções orais inevitáveis, sem as quais os objetivos de reconstrução conceitual seriam praticamente impossíveis.

No entanto, as reconstruções dos alunos serão sempre de natureza proximal em sua essência. Nunca serão formais no sentido do rigor do saber matemático. As transposições didáticas, conforme concebidas na literatura que são, por assim dizer, próprias da maestria, terão a responsabilidade de revestir as percepções conceituais dos aprendizes de vestes dotadas de certo tom de formalização.

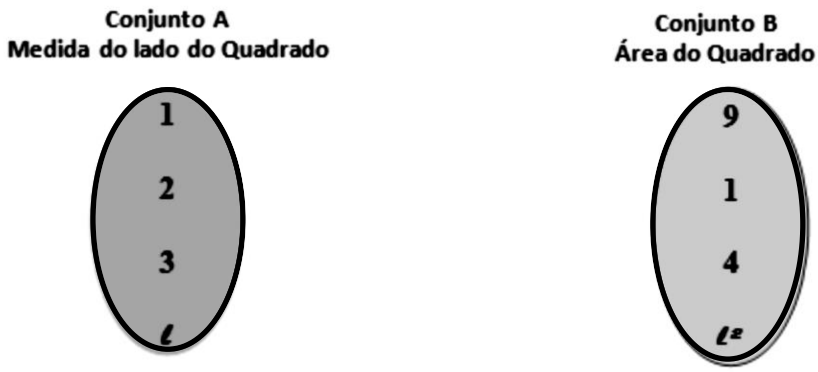
Após a formalização são sugeridas as seguintes *intervenções avaliativas*:

[IA_a]: Ao aprender sobre essas relações, Marcos ficou motivado a estudar mais sobre chegando a seguinte inquietação: "Se um litro no Point do Açaí é custa R$ 12,00, quantos litros seriam comprados com R$ 1,00?" Ajude marcos a solucionar o problema.
Resp.: ____

[IA_a]: Amanda, Taynar e Lucas, amigos de Marcos possuem respectivamente R$ 24,00; R$ 30,00 e R$ 96,00. Quantos litros de açaí cada um deles pode comprar?
Resp.: ____

Parte II

[I_i – CP] Observe os diagramas abaixo em seguida ligue com a caneta cada medida do lado no conjunto "**A**" em sua respectiva área no conjunto "**B**". (Vamos considerar apenas valores inteiros para a medida do lado do quadrado).



[I_r]: Você consegue observar alguma relação da medida do lado com a área do quadrado? Qual?
Resp.: ____

[I_e]: Escreva a lei de formação que relaciona cada medida do lado do quadrado a sua respectiva área.
Resp.: ____

[I_r]: Os elementos de "**A**" estão ligados em mais de um elemento do conjunto "**B**"?
Resp.: ____

[I_r]: Observe o conjunto A, este pode ter valores negativos? E o conjunto B? Justifique.
Resp.: ____

[I_r]: Observe o conjunto B = {1, 4, 9,...} este parece ser subconjunto de algum conjunto conhecido por você? Qual?
Resp.: ____

[I_f]: Dizemos então que a presente relação associa o valor da medida "**L**" do lado de um quadrado com o valor da medida "**S**" de sua respectiva área, é dotada das seguintes características:

a) Para cada valor possível de "**L**", existe um valor "**S**" correspondente.
b) Essa correspondência dado "**L**" existe um "**S**" ocorre de maneira **única**, no seguinte sentido: **Para da "L" existe um ÚNICO "S" correspondente**!

Todas as relações que obedecem a essas duas características recebem o nome especial de função. Nesse caso especifico, dizemos que a medida da área do quadrado é uma função da medida do seu lado e escrevemos **$S(L) = L^2$**, que é, por sua vez, a sua lei de formação.

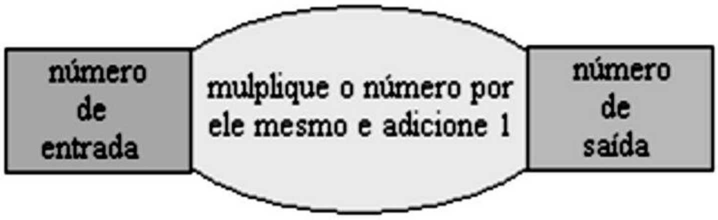
A expressão **S(L)** lê-se: S de l. Revela, nesse sentido, a relação de dependência de **S** em termos de **L**. Com a formalização a **UARC** de *segunda geração* está formada. No prosseguimento são sugeridas intervenções de avaliação restritiva.

As intervenções Avaliativas sugeridas inicialmente foram:

[IA_r] Quantos e quais números reais podem expressar, *ao mesmo tempo*, a medida do lado e a medida da área de um quadrado?
Resp.: ____

[IA_r] Considere para o conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5} e B = {1, 4, 9, 16, 25, 36}. Imagine quadrados cujos lados podem assumir os valores de **A** e cujas áreas correspondentes podem assumir os valores de **B**. Encontre um conjunto formado de pares do tipo (**L**, **S**), nos quais **L** representa os possíveis valores do lado desses quadrados e **S** as medidas das áreas correspondentes. Representando todos esses pares de números no plano cartesiano, avalie se é ou não possível traçar uma única reta "ligando" todos os pontos.
Resp.: ____

[IA_r]: O professor de Marcos desenvolveu um aplicativo de celular chamado de maquina que transforma números. Esta maquina transforma cada número de entrada em um número de saída segundo uma Lei. Observe:



Complete a tabela abaixo calculando, para cada um dos números de entrada, o numero de saída.

Número de entrada	-1	0	1
Número de saída			

[IA$_r$]: Na questão anterior temos uma função que relaciona os números de entrada e saída. Determine a lei da função em seguida identifique o Domínio, o Contradomínio e a Imagem dessa função.
Resp.: ____

Além do trabalho a partir das disciplinas de Instrumentação de Ensino I e II do curso de graduação em Matemática da UEPA nas quais desenvolvo a produção orientada de sequências didáticas com base nas unidades articuladas de reconstrução conceitual, também oriento trabalhos, nessa mesma IES em nível de pós-graduação, especificamente no mestrado profissional em ensino de Matemática.

Apresento nesse ponto mais uma dessas produções, ainda em fase de ajustes, desenvolvida em regime de colaboração com o mestrando José Maria dos Santos Lobato Júnior. A sequência é apresentada sem os meus comentários e sem os códigos de identificação das *unidades articuladas de reconstrução conceitual* para que o leitor procure identificá-las de acordo com as proposições já definidas.

Assim, não importa a nomenclatura usada para designar as atividades da sequência didática, o que se deve observar, é a *natureza das atividades sugeridas*, pois a estrutura concebida pela UARC poderá ser identifica integralmente ou em parte.

8.1.2. A ideia de razão

Parte I:

Objetivo: Realizar a comparação entre grandezas por meio de uma divisão

Material: Folha de atividades impressa, caneta ou lápis, dicionário e calculadora.

Procedimento: Dividir a turma em grupos e, após entregar para cada aluno (a) do grupo uma folha com esta atividade, solicitar que resolvam as questões propostas. Se necessário, fazer uso da calculadora.

Questão 01: Certo produto é vendido em embalagens com quantidades diferentes, conforme indicado na figura a seguir:

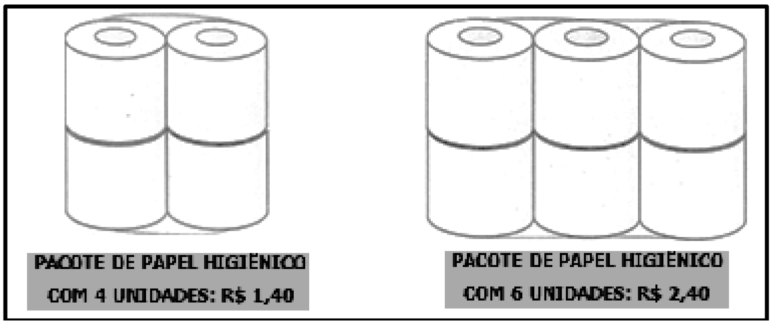
a) Qual é a compra mais vantajosa para o consumidor?
Resp.: ____

b) Como você chegou a esta conclusão?
Resp.: ____

c) Qual operação você utilizou para chegar ao resultado?
Resp.: ____

d) Registre o processo matemático que você utilizou.
Resp.: ____

Questão 02: Marcela foi ao supermercado e ficou indecisa sobre qual pacote de papel higiênico deveria levar. Veja as opções:



a) Qual das embalagens é amais vantajosa para Marcela levar?
Resp.: ____

b) Como você chegou a esta conclusão?
Resp.: ____

c) Qual operação você utilizou para chegar ao resultado?
Resp.: ____

d) Registre o processo matemático que você utilizou.
Resp.: ____

Questão 03: Tomando por base um funcionário que recebe R$ 120,00 por 8 horas de trabalho em certa empresa da região, quanto esse funcionário recebe por cada hora de trabalho? Registre os seus cálculos.
Resp.: ____

Questão 04: Com base na resolução das questões anteriores, preencha o quadro abaixo:

QUESTÃO	COMO VOCÊ CHEGOU NO RESULTADO?	QUAL A OPERAÇÃO UTILIZADA?
01		
02		
03		

Pergunta-se: Quais conclusões podem ser tirar a partir da resolução das questões e do preenchimento do quadro acima?

Resp.: ____

Proposição afirmativa: **Nas questões respondidas anteriormente foram feitas comparações por meio de uma divisão. A essa comparação damos o nome de razão.**

Parte B

Objetivo: Nomear os termos de uma proporção.

Material: Caneta, lápis e roteiro de atividade impresso.

Procedimento: Dividir a turma em grupos e, após entregar para cada aluno (a) do grupo uma folha com esta atividade, solicitar que preencham o quadro abaixo de acordo com o que se pede.

Proporção	Outra forma de representar esta proporção	Quais os números que estão no meio?	Quais os números que estão nas extremidades?
$\frac{1}{8} = \frac{5}{40}$			
$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$			
$\frac{8}{15} = \frac{16}{20}$			
$\frac{12}{42} = \frac{2}{7}$			
$\frac{40}{90} = \frac{4}{9}$			
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$			

Proposição afirmativa: **Os números que estão no meio de uma proporção são chamados de meios e os das extremidades são chamados de extremos. Os meios e os extremos são os termos da proporção.**

As investigações desenvolvidas no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), do qual sou membro, tem proporcionado uma infinidade de possibilidades de desenvolvimento profissional, tanto para nós, professores do Programa, quando para os nossos mestrandos que são, na verdade, professores de escolas públicas no nosso Estado.

Dentre essas possibilidades está a participação no recente grupo de estudos **GHEMAZ** – *Grupo de Pesquisa em História da Matemática e Educação Matemática na Amazônia*, criado em 2016. Ali, sob a liderança dos professores Miguel Chaquiam e Natanael Freitas Cabral, tenho compartilhando muitas experiências com um interessante grupo constituído por alunos da graduação em Matemática da UEPA, mestrandos do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) da UEPA, que também são professores da rede pública e privada, e com alguns alunos egressos.

Natanael Freitas Cabral

9. ALARGANDO OS HORIZONTES EM BUSCA DE "ENCONTROS E DIÁLOGOS"

Um dos espaços interessantes no **GEHMAZ** é a prática de oportunizar os alunos mestrandos e graduandos a exposição de sequencias didáticas produzidas em seus respectivos níveis. Muitos alunos da graduação têm utilizados essas sequencias que são parte integrante das atividades das disciplinas de Instrumentação I e II para a confecção de Trabalhos de Conclusão de Curso sob minha orientação e os alunos do mestrado profissional tem nessas sequencias, uma parte *obrigatória* de suas dissertações.

As dissertações são produtos acadêmicos mais sofisticados e exigem uma elaboração mais rigorosa sob vários aspectos estruturais, conceituais e metodológicos e, no nosso programa de formação profissional, exige de igual modo a presença integrada de uma sequência didática para o ensino de alguns conteúdos da grade curricular do Ensino Fundamental ou Médio.

Com a preocupação de se estabelecer alguns parâmetros estruturais para que os mestrandos pudessem perceber a construção de suas sequencias numa dimensão mais ampla, sobretudo, articuladas com os resultados apontados pelas pesquisas na área da Educação Matemática, eu e o professor Miguel Chaquiam produzimos um roteiro subdividido em *seis fases* que tem sido utilizado como uma forma expandida de perceber as exigências e implicações da produção de uma sequencia didática, no nosso caso, para o ensino de Matemática. Vejamos:

- **FASE I**

  - **Revisão bibliográfica** – Levantamento do estado da arte visando identificar possíveis problemas de ensino e de aprendizagem a respeito do objeto matemático em estudo.

  - **Professores** – Aplicação de questionário / entrevista visando identificar o olhar destes sobre o objeto matemático e sobre o processo de ensino e de aprendizagem do mesmo.

  - **Alunos Egressos** – Aplicação de questionário visando identificar problemas de ensino e de aprendizagem a respeito do objeto matemático e outros aspectos que possam interferir diretamente no processo de aprendizagem do aluno, tais como, aspectos sociais e culturais.

- **Alunos Egressos** – Intervenção para verificação de aprendizagem dos conteúdos e aplicações em relação aos objetos matemáticos alvos de reconstrução.

- **FASE II**

  - **Conteúdo matemático relacionado ao objeto em estudo**: Constituir texto de cunho matemático a respeito do objeto em estudo, com profundidade e rigor matemático, tendo em vista as definições, interpretações, esclarecimentos e aplicações, de modo que este possa se constituir em material para formação continuada do professor.

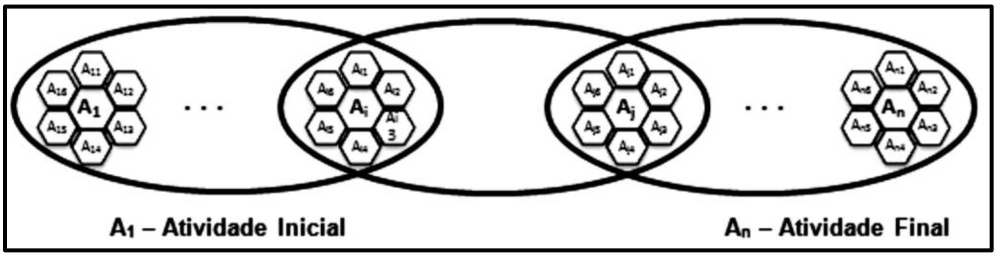
- **FASE III**

  - **Eleição do objeto de aprendizagem a ser reconstruído**: O que pretendo ensinar?

  - **Identificação dos objetos circunscritos**: quais os elementos/objetos matemáticos mínimos necessários que devem ser articulados de modo que possam promover a reconstrução do objeto matemático de estudo?

  - **Definição da Intervenção Inicial**: Qual a primeira atividade proposta para desencadear o processo de reconstrução do objeto de estudo?

  - **Elaboração**: compor a Sequência Didática a partir das atividades (A_1, A_2, ... , A_n), articulando cada uma delas, exceto a primeira, com as anteriores, até que as unidades de reconstrução conceitual sejam consolidadas e o conjunto delas possibilitem a reconstrução do objeto de estudos.



➢ FASE IV

- Oficina (Sim / Não?)
- Aplicar teste para verificar se os alunos dominam os conteúdos mínimos necessários para aplicação da sequência didática.
- O teste deve ser elaborado a partir dos objetos matemáticos identificados como elementos mínimos necessários em cada uma das atividades A_k elaboradas na Fase 3.
- Definir a metodologia que será empregada no desenvolvimento da oficina.

➢ FASE V

- Aplicação da Sequência Didática (A1, ... , Ai, Aj, ... , An): Observar e registrar todas as ações do professor e dos alunos tendo em vista a necessidade de descrever os indícios de aprendizagem ao longo do desenvolvimento da aplicação da sequência didática para poder avaliar a potencialidade da mesma.

➢ FASE VI

- Avaliação pós-aplicação da sequência didática: Aplicação de um teste que visa confirmar os indícios de aprendizagem identificados ao longo do processo de aplicação da sequência didática e a superação dos possíveis obstáculos e dificuldades apontados ao longo do trabalho.

Natanael Freitas Cabral

10. CONSIDERAÇÕES FINAIS

"A aventura humana do conhecimento nasceu no jardim do Éden, e toda cultura sonha talvez em reconquistar o paraíso perdido. O espaço do diálogo e do encontro (...)" (Gusdorf, 2003, p.187). O fenômeno que envolve o *ato-processo ensino-aprendizagem* é complexo e a saga pela sua compreensão exige dos seus atores um espaço bem delimitado de "encontros" e "diálogos".

Nessa jornada, que nos arrasta a compreender o desconhecido precisamos ter coragem. Coragem de um tipo especial, por um lado, se esvazia da arrogância, da soberba, da prepotência do olhar único, poderoso, descritor da realidade e que se reveste de humildade. Humildade de um tipo especial que ao fugir da aparência da pobreza de bens e se reveste da riqueza de atitude daquele que aprendeu a ouvir.

Assim, não aprendeu ouvir quem não está disposto a sair em busca dos "encontros" e dos "diálogos". Não aprendeu ouvir quem não tem coragem de explicitar suas dúvidas, convicções e de submeter seus pensamentos ao outro. Saio aos "encontros" e aos "diálogos". Quero ouvir meus pares e me fortalecer na jornada que empreendi porque percebi que caminhar sozinho é caminhar ao nada!

A concepção fundamental de se propor uma estrutura mínima funcional para confecção de sequências didáticas está ancorada na possibilidade do aluno ser estimulado, com frequência, mediante adoção de procedimentos e reflexão sobre resultados obtidos sistematicamente.

Esse binômio – *adoção de procedimentos e reflexão sobre resultados obtidos* – estimula a percepção de regularidades (padrões) que constituem o funcionamento básico dos objetos em estudo. São justamente essas regularidades que permitem as generalizações, ainda que forjadas numa ambiência empírico-intuitiva.

O modelo estruturante que proponho para a confecção de sequências didáticas para as aulas de Matemática precisa ser colocado à prova. O que estou disponibilizando à comunidade acadêmica por meio desse trabalho é , na verdade, e, sobretudo , fruto das minhas reflexões teóricas como pesquisador associadas às práticas de sala de aula nos níveis de ensino fundamental, médio e superior.

O construto que proponho está certamente embebido das minhas escolhas teóricas dos pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural em

Vygotsky, sobretudo, em seus desdobramentos com as contribuições da Análise Microgenética que nos permite penetrar, com certa nitidez, na identificação dos indícios de aprendizagem a partir das interações promovidas nas interações verbais.

Essa percepção indiciária que se materializa nas interações verbais é estimulada pelas escolhas discursivas do professor e cria certas condições de se analisar o fenômeno de aprendizagem a partir de mudanças de atitudes dos aprendizes diante dos objetos que os desafiam.

A ideia geral desse processo é resgatar um procedimento do qual jamais deveríamos ter nos afastado. O ensino de Matemática precisa estimular a percepção de regularidades e do estabelecimento de generalizações. Mesmo que essas generalizações não possam ser consolidadas com o rigor Matemático de um especialista, esse processo, que é parte integrante da natureza da própria disciplina, necessita ser estimulado no cotidiano de sala de aula.

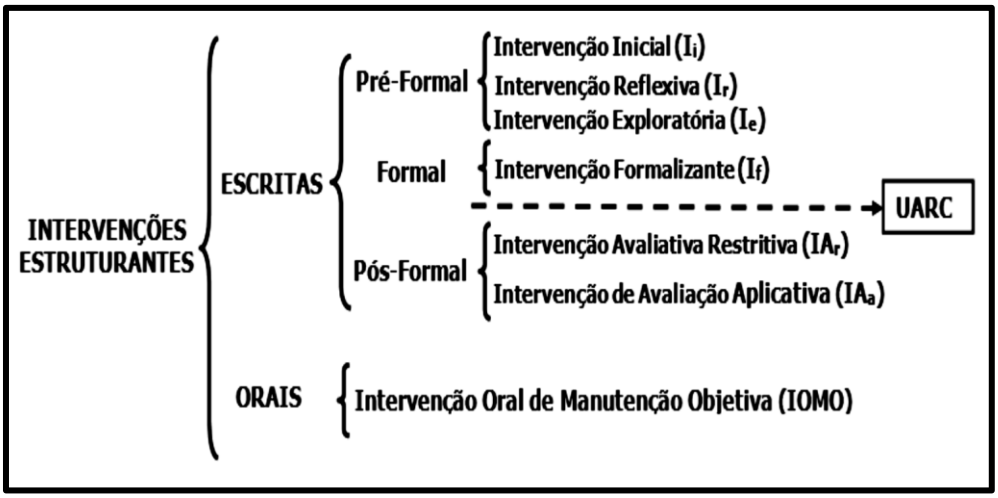
A percepção desses padrões tem, em geral, a capacidade de convencimento de que um dado procedimento é adotado, não como magia, mas como a prática otimizada de uma regularidade que surge durante a investigação de um conceito. Os alunos são estimulados durante o processo de redescobrir fatos matemáticos mediante empiria, adoção de procedimentos orientados pelo professor, reflexões sobre os resultados encontrados em decorrência dos procedimentos adotados, a levantar hipóteses, a fazer simulações... etc. Aprender a identificar o padrão que trás inteligibilidade aos conceitos matemáticos que lhes são propostos. Isso muda substancialmente a dinâmica da aula.

Muda a aula em duas perspectivas. Muda na perspectiva do aluno que passa a ser estimulado com frequência a se envolver num processo de redescoberta. Muda na perspectiva do professor que abandona a ênfase na exposição didática e passa agir como um provocador de reflexões com bases nas orientações dirigidas pela SD que organiza gradativamente os objetos a serem reconstruídos.

Eu jamais teria concebido o construto das *unidades articuladas de reconstrução conceitual* sem essa percepção teórica. Não as concebi com a prepotência de quem sugere o "olho do Mapinguari", mas, apenas propor um olhar funcional mínimo que considero significante, sobretudo, para orientação das iniciativas dos nossos futuros professores de Matemática na produção desse gênero textual – *sequências didáticas* – que estimula a autonomia docente, inclusive, em relação aos livros didáticos e aos aprendizes possibilita a chance de alegrar o espírito ao redescobrir padrões e estabelecer generalizações, ainda que por intuição.

Finalmente, fico imaginando *que o valor essencial das pesquisas, além da produção de conhecimento, não pode ser outro, senão a possibilidade de influenciar mudanças de posturas*. Com essa última certeza, acredito que proporciono com a presente obra uma oportunidade de possibilitar, sobretudo, aos futuros professores a chance de desconstruírem os "ranços" da cultura escolar que inibe a reconstrução de conceitos e enfatiza a reprodução mecânica de algoritmos e vislumbrarem novas possibilidades. Em outros termos, convencê-los que é preciso, sobretudo que é possível, ensinar a Matemática numa ótica diferente daquela que aprenderam.

Em suma as intervenções estruturantes podem ser agrupadas assim:



Natanael Freitas Cabral

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Denise Lino de. O que é (e como faz) sequência didática? Entrepalavras, Fortaleza - ano 3, v.3, n.1, p. 322-334, jan/jul 2013. http://ead.bauru.sp.gov.br/efront/www/content/lessons/46/texto%201%20Aula%205.pdf. (Acesso em 23/08/2017).

AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. 2 ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

CERQUEIRA, DERMEVAL SANTOS: **Estratégias didáticas para o ensino da Matemática**, 2013. https://novaescola.org.br/conteudo/2197/estrategias-didaticas-para-o-ensino-da-matematica (Acesso em 2/4/2017).

DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. **Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento**. In: SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. (Orgs.). Gêneros orais e escritos na escola. Campinas: Mercado das Letras, 2004.

DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. Gêneros e progressão em expressão oral e escrita. Elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona). In **Gêneros Orais e escritos na escola. Campinas (SP): Mercado de Letras. 2004.**

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. BRASIL. Secretaria do Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1º e 2º ciclos. Brasília. 1997.

GÓES, Maria Cecília Rafael de. A **Abordagem Microgenética na Matriz Histórico-Cultural: Uma Perspectiva para o Estudo da Constituição da Subjetividade**. v. 20, Campinas: Cadernos Cedes, 2000.

GUSDORF, Georges. **Professores para quê? : Para uma pedagogia da pedagogia**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

HILA, C.V.D.__________________________. Anais; II CONALI - Congresso Internacional de Linguagem e Interação. Maringá: Departamento de Letras E ditora, 2008 . [CD -ROM] **O PROCEDIMENTO SEQÜÊNCIA DIDÁTICA COMO INSTRUMENTO DE ENSINO NO ESTÁGIO DE DOCÊNCIA** Cláudia Valéria Doná HILA(UEM/PG-UEL) p.1 http://www.escrita.uem.br/adm/arquivos/artigos/publicacoes/formacao_de_professor/O_procedi..%5B1%5Dclaudia.pdf (acesso em 2/06/2017).

KOBASHIGAWA, A.H.; ATHAYDE, B.A.C.; MATOS, K.F. de OLIVEIRA; CAMELO, M.H.; FALCONI, S. Estação ciência: formação de educadores para o ensino de ciências nas séries iniciais do ensino fundamental. In: IV Seminário Nacional ABC na Educação Científica. São Paulo, 2008. p. 212-217. Disponível em: <http://www.cienciamao.usp.br/dados/smm/_estacaocienciaformacaodeeduca-doresparaoensinodecienciasnasseriesiniciaisdoensinofundamental.trabalho.pdf>. Acesso em: 05 de out. de 2011.

KFOURI, William; D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Explorar e investigar para aprender matemática através da modelagem matemática. In: **ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES EM PÓS - GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA**, 10, 2006, Belo Horizonte. Anais... Belo Horizonte, 2006. Disponível em:<http://www.fae.ufmg.br/ebrapem/completos/09 -02.pdf >. Acesso em: 19 jan. 2011.

LEAL, T. F.; BRANDÃO, A. C. P.; ALBUQUERQUE, R. K. **Por que trabalhar com sequências didáticas?** In: FERREIRA, A. T. B.; ROSA, E. C. S. (Orgs.). O fazer cotidiano na sala de aula: a organização do trabalho pedagógico no ensino da língua materna. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 147 – 174. http://ceale.fae.ufmg.br/app/webroot/glossarioceale/verbetes/sequencia-didatica (acesso em 2 / 04/ 2017).MOREIRA, Marcos A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 2006.

OLIVEIRA, A.T.C.C. **Saberes e práticas de formadores que vão ensinar matemática nos anos iniciais**. 2007. Tese de Doutorado em Educação.PUC-Rio,Rio de Janeiro, 2007.

RÊGO, T. C. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação.** Petrópolis: Vozes, 1995.

ROJO, R.; GLAÍS, S. C. Apresentação - Gêneros e orais e escritos como objetos de ensino: Modo de pensar, modo de fazer. In: SCHNEUWLY, Bernard; DOLZ, Joaquim. **Gêneros Orais e Escritos na escola**/ tradução e organização Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro.Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010.

SFARD, A. (2003). Balancing the unbalanceable: The NCTM Standards in the light of theories of learning mathematics. In: J. In: J. Kilpatrick, Martin, G., & Schifter, D. (Eds.), **A Research Companion for NCTM Standards** (pp. 353-392).

TARDIF, M. **Saberes docentes e desenvolvimento profissional**. Rio de Janeiro: Vozes, 2007.

ZABALA, Antoni; ARNAU, Laia. Como aprender e ensinar competências. Tradução de Carlos Henrique Lucas Lima. Porto Alegre: Artmed, 2010. 197 p.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**; tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998. 224 p.

SOBRE O AUTOR

Natanael Freitas Cabral possui graduação em Licenciatura em Ciências pela Universidade Federal do Pará (1985), Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1988), Bacharelado em Teologia - Seminário Teológico Batista Equatorial (1994), e Mestrado em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Pará (2004). Doutorado em Ciências Humanas – Educação Brasileira pela PUC- Rio. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Matemática. Foi professor da Rede Pública de Ensino Estadual durante vários anos atuando nas Escolas Benjamin Constante, Marechal Cordeiro de Farias, Pedro Amazonas Pedroso e Costa e Silva. Sua maior experiência docente nos níveis de Ensino Fundamental e Médio foi na Escola Tenente Rêgo Barros (ETRB) onde atuou durante 36 anos exercendo em períodos distintos as funções de coordenador do Laboratório de Educação Matemática Inácio Pantoja (LEMIP), além da coordenação da Equipe de Matemática. Na rede privada de Ensino pertenceu por quatro anos como docente do Colégio Nazaré onde contribuiu efetivamente para a reestruturação do Laboratório de Educação Matemática e professor do Colégio GEO-Belém. Além disso, foi professor Adjunto da Universidade da Amazônia (UNAMA) atuando durante oito anos como professor do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia (CCTE) ministrando para os cursos de Matemática, Engenharia Civil e Engenharia Ambiental entre outros. Foi Presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM/PA (2009) e exerce atualmente docência na Universidade do Estado do Pará – UEPA como professor Adjunto do Departamento de Matemática Estatística e Informática (DEMEI) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE).
E-mail: *natanfc61@yahoo.com.br*

COLEÇÃO V

Educação Matemática na Amazônia

O IDIOMA DA ÁLGEBRA
João Cláudio Brandemberg

O ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS POR ATIVIDADES
Rosana dos Passos Correa - Pedro Franco de Sá

JOGOS MATEMÁTICOS REGIONALIZADOS
Rita Sidmar Alencar Gil

HISTÓRIA, CONTOS E LENDAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA
Alailson Silva de Lira - Ana Brandão de Souza

EDUCAÇÃO INCLUSIVA: A DEFICIÊNCIA VISUAL EM FOCO
Marcos Evandro Lisboa de Moraes - Marcelo Marques de Araújo - Elielson Ribeiro de Sales

RAZÃO DE SER DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA ESCOLA BÁSICA
Alexandre Vinicius Campos Damasceno - Cleonilda Batista Damasceno - José Messildo Viana Nunes

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ABORDAGENS E ENSINO DE MATEMÁTICA
Marconi Augusto Pock de Oliveira - Fábio Barros Gonçalves - Cristina Lima Cardoso

O ENSINO DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM A CULTURA PARAENSE
Janice dos Santos Fortaleza - Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha

META-JOGO COMO INSTRUMENTO À APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA
Raquel Passos Chaves Morbach

EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA MULTIPLICAÇÃO DO SÉCULO X AO XVI: CONSTRUINDO INTERFACES PARA O ENSINO
Ana Carolina Costa Pereira - Eugeniano Brito Martins - Isabelle Coelho da Silva

HISTÓRIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: EXPLORANDO DISSERTAÇÕES E TESES BRASILEIRAS
Iran Abreu Mendes - Albimar Gonçalves de Melo

O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA
Rhomulo Oliveira Menezes - Adilson Oliveira do Espírito Santo - Roberta Modesto Braga

Disponível em: ***www.sbempara.com.br***

Natanael Freitas Cabral

AGRADECIMENTO

Sociedade Brasileira de
Educação Matemática

Sociedade Brasileira de
Educação Matemática/Pará

Este livro retrata a experiência do autor acumulada como professor ao longo de 36 anos na Educação Básica e professor das disciplinas Instrumentação para o Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado no ensino superior. Recentemente atividades desenvolvidas com alunos da graduação e pós-graduação voltadas para Laboratório e Ensino de Matemática.

Como resultado de uma consolidação teórica no campo da psicologia histórico cultura, dos conhecimentos emergentes a respeito de sequências didáticas e suas possibilidades de aplicação ao ensino, aliada a sua experiência profissional, o autor está propondo esse construto teórico denominado Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual, apoiado numa série de categorias de Intervenções Estruturantes.

As experiências com esse modelo têm apresentado regularidades, fatos que contribuíram para sua generalização, ainda que tecido numa ambiência empírica a partir da adoção de procedimentos e reflexão sobre os resultados obtidos. Nesse sentido, o autor nos coloca sua proposta à prova e aguarda contribuições visando melhoria do modelo.

Certamente que, além das reflexões teóricas apresentadas pelo autor e dos relatos associados a sua experiência em sala de aula, a utilização desse modelo ora proposto na construção de sequências didáticas pode contribuir significativamente para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem, em particular, da Matemática.

ISBN 978-85-98092-34-8